Probabilidad y Estadística en Física Experimental

Práctica 3

Variables aleatorias discretas y continuas. Distribución Binomial, Poisson y Normal.
Teorema Central del Límite.

Ejercicios

1. Un laboratorio produce kits de prueba rápida para una enfermedad, de los cuales el 20 % son defectuosos en promedio, y los comercializa en cajas de 10. Un comprador quiere rechazar las cajas que contienen más de 2 kits defectuosos, o sea más que el promedio, pero para ganar tiempo en vez de probar todos los kits a comprar, decide implementar el siguiente criterio. De cada caja toma 6 kits al azar: (i) si ninguno es malo, acepta la caja; (ii) si uno sólo es malo, revisa el resto de la caja; (iii) si 2 o más son malos, devuelve la caja al proveedor. (a) ¿En qué fracción de las cajas deberá probar los 10 kits? (b) ¿Cuál es la probabilidad que haya 3 kits malos en una caja aceptada?
Rta: 39.32 %, 1.15 %

2. Un detector tiene una eficiencia ϵ para registrar partículas. Si le llegan n partículas, la probabilidad de detectar k será entonces la binomial $B_k(n, \epsilon)$. Se coloca frente a él una fuente radioactiva que en promedio emite λ partículas en un tiempo t. Muestre que r, el número de registros en el detector en un tiempo t, tiene distribución poissoniana con constante $\epsilon\lambda t$.

3. Imaginamos un experimento de búsqueda de quarks de carga 2/3 en una cámara de niebla. El paso de partículas cargadas resulta en una ionización que produce gotas. Se supone que la probabilidad de formación de una gota por unidad de longitud de traza en la cámara es constante y proporcional a la carga de la partícula, o sea sigue una ley de Poisson, con media $\nu = 229$ gotas para trazas normales de partículas de carga 1. En la misma longitud se observó (entre 100000 partículas observadas) una traza con 110 gotas ¿Cuál es la probabilidad que una partícula de carga 1 forme un número igual o menor a 110 gotas? Comparar con 1/100000. Discutir. *Rta: 8.46 10^{-19}, 7.7 10^{-19}*

4. La intensidad de un haz de partículas es de 100 part/seg. Durante cuánto tiempo deberá contarse partículas si se desea conocer la intensidad del haz con una precisión de 1 en 1000.
Rta: 2.8hs

5. Durante una lluvia de meteoritos los mismo caen a razón de 15.7 por hora ¿Cuál es la probabilidad de observar menos de 5 en un período de 30 minutos? Repetir el problema usando la aproximación Gaussiana a la Poissoniana (ver Tabla A6 libro Frodesen).
Rta: 0.11, 0.15

6. Supongamos que las alturas de personas M y H de una cierta población (en pulgadas) siguen una distribución normal con media $\mu_M = 65$ y desviación estándar $\sigma_M = 1$ y $\mu_H = 68$ y desviación estándar $\sigma_H = 2$, respectivamente. Supongamos que una M es seleccionada al azar y que, independientemente, una H es seleccionada al azar. Determinar la probabilidad que la M sea más alta que H.
Rta: 0.09

7. Supongamos que una medida de un voltaje en un cierto circuito eléctrico tiene una distribución normal con media $\mu = 120$ V y desviación estándar $\sigma = 2$ V. Si se hacen 3 medidas independientes del voltaje ¿cuál es la probabilidad que las tres medidas se encuentren entre 116 V y 118 V ?
   Rta: 0.0025

Implementación de Herramientas Computacionales

1. Reproduzca los gráficos 2.1, 2.2 y 2.3 del libro de G. Cowan tomando como base el programa g3_binom_poisson.py .
2. En base al programa g3_binomial.py determinar si se tira una moneda 10 veces ¿cuál es la probabilidad de que salgan más de 7 caras?
3. El dueño de un negocio cree que el número medio de clientes que visitan el negocio en una hora es 4.5. El dueño modela el número de clientes que llegan a horas disjuntas como variables independientes con distribución de Poisson con media 4.5. En base al programa g3_poisson.py determine cuál es la probabilidad que al menos 12 clientes entren en un período de 2 horas.
4. En base al programa g3_plot_gauss.py genere la Figura 2.5 del libro de G. Cowan. Genere luego las distribuciones equivalentes pero ahora a partir de distribuciones aleatorias gaussianas y grafique en base a g3_plot_rnd_gauss.py
5. Compare los resultados del Ejercicio 5 con la estimación que se hace en g3_gauss_cdf.py
6. Observe la convergencia del Teorema Central del Limite con g3_central_limit.py para una distribución del valor de la media de N variables aleatorias de una distribución uniforme con $\mu = 0.5$ y $\sigma = 1$.
7. Estime el valor de π por el método Monte Carlo en base al programa g3_mc_pi.py