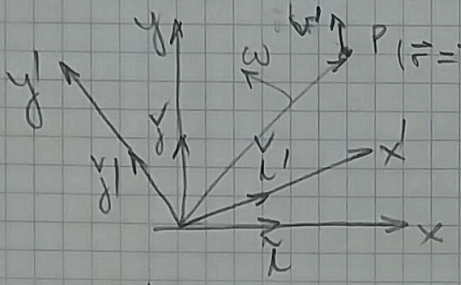
MOVIMIENTO RELATIVO DE ROTACIÓN UNIFORME



$$\vec{V} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

$$\frac{d\hat{i}'}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{i}' = \omega \hat{j}' \qquad \frac{d\hat{j}'}{dt} = \vec{\omega} \wedge \hat{j}' = -\omega \hat{i}'$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{dv'_x}{dt}\hat{i}' + \frac{dv'_y}{dt}\hat{j}' + v'_x \frac{d\hat{i}'}{dt} + v'_y \frac{d\hat{j}'}{dt}$$

$$= \vec{a}' + v'_x \omega \hat{j}' - v'_y \omega \hat{i}'$$

$$\left(\vec{\omega} = \omega \hat{k}\right)$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega_z \\ v'_x & v'_y & v'_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{j}\,\omega_z v'_x - v'_y \omega_z \hat{i}$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \vec{v}'$$

PARÉNTESIS DE ÁLGEBRA

$$a_1 b_2 - b_2 a_1 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$ DETERMINANTE

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \wedge (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

$$\left(\hat{i} \wedge \hat{j} = \hat{k} \;;\; \hat{j} \wedge \hat{k} = \hat{i} \;;\; \hat{k} \wedge \hat{i} = \hat{j}\right)$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

$$= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \hat{k}$$

hussares

II

escribible como determinante 3×3

$$\vec{a} \wedge \vec{b} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{V} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \omega (x' \vec{j} - y' \vec{i}')$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i}' & \vec{j}' & \vec{k}' \\ 0 & 0 & \omega_z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \omega (v'_x \vec{j}' - v'_y \vec{i}') - \omega (x' \omega \vec{i}' + y' \omega \vec{j}')$$

$$\boxed{\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}' - \omega^2 \vec{r}'} \qquad \boxed{\frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}' + \vec{\omega} \wedge \vec{v}'}$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + 2\,\vec{\omega} \wedge \vec{v}' - \omega^2 \vec{r}'}$$

$2\,\vec{\omega} \wedge \vec{v}'$: Coriolis ($\vec{A}_c$)

$-\omega^2 \vec{r}'$: aceleración de Arrastre ($\vec{A}_{arr}$)

EN ① $\vec{F} = m\vec{a}$

En ② (equivalente) $\vec{F} = m(\vec{a}' + \vec{A}_{arr} + m\vec{A}_c)$

XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

III

FUERZAS INERCIALES O "FICTICIAS"

Inercial : $\vec{F} = m\vec{a}$

NO INERCIAL: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{A}}$ NO INERCIALES

TRATAMOS DE ADOPTAR NEWTON EN TODOS LOS SISTEMAS?

$\vec{F} = m\vec{a}'$

Para ello, junto a las Fuerzas Físicas (indep. del sistema) se deben considerar otras fuerzas (inerciales)

$\vec{F} - m\vec{A} = m\vec{a}'$

$\vec{F}'$ (fuerza inercial) $\vec{F}' = -m\vec{A}$

(leer $m\vec{A}$ como fuerza)

$\vec{F} + \vec{F}' = m\vec{a}'$

$\uparrow \vec{F}' = -m\vec{A}$ (ACELERACIÓN DE SISTEMA') REFLEJO DEL NO INERCIAL

$\vec{F}'$ NO SE DEBE A OTROS CUERPOS

$\Rightarrow$ PARA $\vec{F}'$ NO VALE ACCIÓN Y REACCIÓN

XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

IV

$\vec{F}, \vec{F}'$ con $\vec{a}'$ (1ª ley Newton)

Como $\vec{a} = \vec{a}' + \overbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{v}' - \omega^2 \vec{r}}^{\vec{A}}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{A} = -\omega^2 \vec{r}' + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}'}$

CENTRÍPETA CORIOLIS

$\vec{F}' = -m\vec{A} = \underbrace{m\omega^2 \vec{r}'}_{\text{CENTRÍFUGA}} + \underbrace{2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}'}_{\text{COMPLEMENTARIA (CORIOLIS)}}$

$\Rightarrow$ EN CUALQUIER SISTEMA

$\boxed{\vec{F}_t = m\vec{a} \quad \text{con} \quad \vec{F}_t = \vec{F} + \vec{F}'}$

XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

V

LA TIERRA COMO SISTEMA NO INERCIAL

CUANDO FIJO A LA TIERRA ($\vec{v}' = 0$)
VELOCIDAD DE ARRASTRE (velocidad de rotación de la tierra) (M.C.U.)
aceleración centrípeta: $-\omega^2 \vec{r}'$

Ecuador:

ω = 1 vuelta / día

$$\frac{2\pi}{86.400} \frac{rad}{s} = 7{,}27 \times 10^{-5} \frac{rad}{s}$$

$$\vec{r}' = 6{,}4 \times 10^6 \, m \Rightarrow a_{cf} = \omega^2 r = 0{,}034 \frac{m}{s^2}$$

$a_{cf} << g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$ poco DETECTABLE

Fuerza inercial centrífuga $\vec{F}'_{cf} = m\omega^2 \vec{r}'$
(en el Ecuador contraria al peso $\vec{P}$)

$\vec{F}_T$ sobre m: $\vec{F}_T = \vec{P} + \vec{F}'_{cf}$

$= m\vec{g} + m\omega^2 \vec{R}$

$= m(\vec{g} + \omega^2 \vec{R}) = m\vec{g}'$

aceleración de la gravedad aparente: $\vec{g}' = \vec{g} + \omega^2 \vec{R}$

$\vec{g}$ y $\vec{R}$ sentidos opuestos

disminución del 3% de g

$g' = g - \omega^2 R$

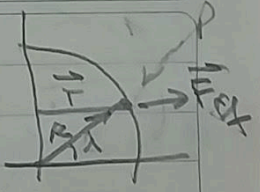
XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

VI

44

Polos: distancia al eje = 0



A la latitud λ: $r = R\cos\lambda$

$\Rightarrow \omega^2 r = \omega^2 R\cos\lambda$

$\lambda \neq 0$ $\vec{F}_{cf}$ y $\vec{P}$ diferentes direcciones

$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}_{cf}$

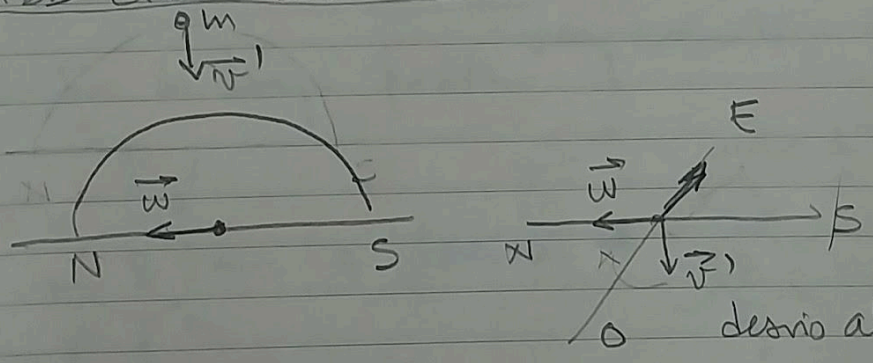
(ligeramente desviado del radio terrestre)

FUERZA DE CORIOLIS

$\vec{F}_c' = 2m\vec{v}' \wedge \vec{\omega}$

presente si m se mueve $(v' \neq 0)$

CAÍDA LIBRE SOBRE EL ECUADOR



NO ES VERTICAL

$(\vec{v}' \wedge \vec{\omega} : O \to E)$

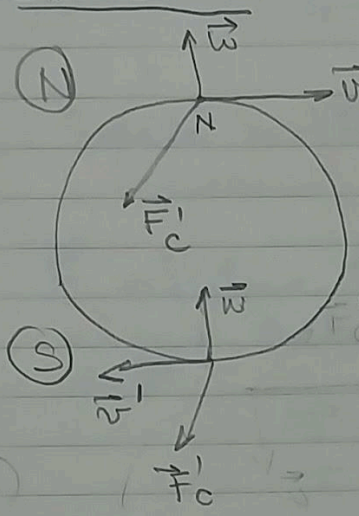
XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

45

VII

OTRO EFECTO



m se mueve horizontal en N

desvío hacia la derecha de su movimiento

desvío hacia la izquierda

Hemisferio N: movimiento horizontal tiende a desviarse a la derecha

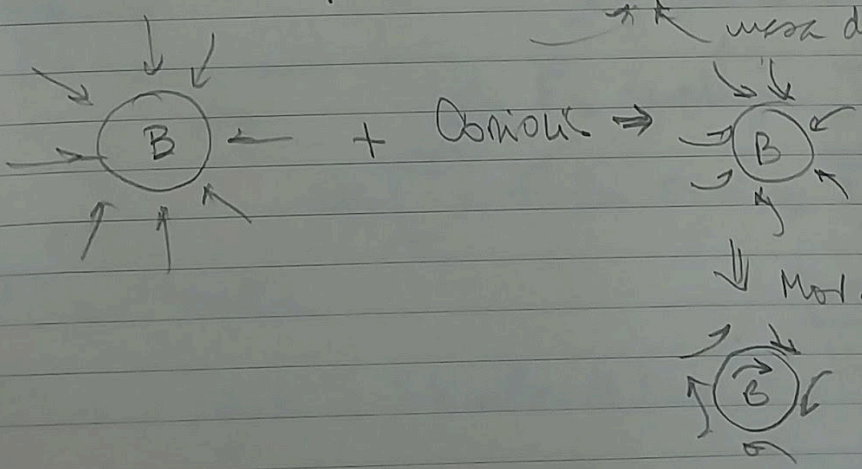
S: hacia la izquierda

Formación de ciclones

centros de baja presión

aire caliente

masa de aire



XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

VIII

TRABAJO y ENERGÍA

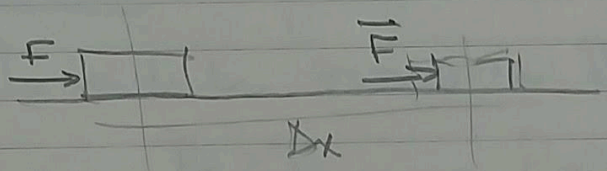
↓

Sensación subjetiva (cansancio). ⇒ definición concreta objetiva

$\vec{F}$ efectúa trabajo si el cuerpo sobre el que actúa se desplaza en dirección de $\vec{F}$.

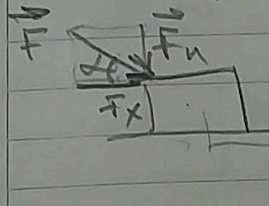
$T \propto F$

$T \propto \Delta x$



$T = F_x \cdot \Delta x$

$\vec{F} \neq \vec{F}_x \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_n$



$= F\cos\alpha + F\sin\alpha$

sólo $\vec{F}_x$ realiza T

$\Rightarrow \boxed{T = F \Delta x \cos\alpha = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}}$

producto escalar

$[F] = 1$ Newton

$[T] = 1$ Joule $= 1$ Newton $\times 1$ m

1 ergio $= 1$ dyna $\times 1$ cm $\longrightarrow 1\,J = 10^7$ ergios

XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

X

Ej Una mula de 20 kg 4 m con roce de $\mu = 0{,}6$

$$P = mg = 20\,kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \simeq 200\,N$$

$$F_x = 0{,}6 \times N = 0{,}6 \times 200\,N = 120\,N$$

$$T = F_x \cdot \Delta x = 120\,N \times 4\,m = 480\,J.$$

Interesa: Rapidez con que se produce el T

la unidad POTENCIA Pot

$$Pot = \frac{T}{\Delta t} \longrightarrow Pot = \vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Límite: $\boxed{Pot = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$

$$\boxed{Watt = \frac{J}{s}}$$

ENERGÍA CINÉTICA

XI

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

X

ENERGÍA CINÉTICA

MÓVIL DE masa m se mueve con $\vec{v}_0$ y es frenado hasta reposo con $\vec{F}$ CONSTANTE

⇓

MUA: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = \vec{v}_0 - \frac{\vec{F}}{m}t$

$\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{v}_0 = \frac{\vec{F}}{m} t_f \rightarrow v_0 = \frac{F}{m} t_f$

* Se detiene en $t_f = \frac{m v_0}{F}$

* se desplaza $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\Delta x = v_0 t - \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$

en t_f recorrió $\Delta x_f = \frac{m v_0^2}{F} - \frac{1}{2} \frac{m v_0^2}{F}$

$\Delta x_f = \frac{1}{2} \frac{m v_0^2}{F}$

⇒ TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA F

$T = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x} = F \Delta x = \frac{1}{2} m v_0^2$

CANTIDAD DE PRODUCIR ESE TRABAJO POR SU MOVIMIENTO CON v_0

$\Rightarrow T \rightarrow E_c$

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$: ENERGÍA CINÉTICA (DE MOVIMIENTO)

$[E_c] = 1$ JOULE

E_c: CAPACIDAD DE PRODUCIR TRABAJO DE UN CUERPO A CAUSA DE SU MOVIMIENTO

EJ: AUTOMÓVIL: $m = 10^3$ kg

$v_0 = 70 \frac{km}{h} \simeq 20 \frac{m}{s}$

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = 2 \times 10^5$ J. $= 200.000$ J

$E_c \to T$

* CUÁNTO VALE F PARA FRENARLO EN 25 m? (cte)

$E_c = T_F = F \cdot 25\,m = 2 \times 10^5$ J

$F = \frac{2 \times 10^5}{25} \frac{J}{m} = 8000$ N (≃ 800 kg)

$\vec{F}$ CAMBIA AUTOMÁTICAMENTE

EN $d\vec{r}$ (INFINITÉSIMAL) $T = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$d\vec{r}$ DIRECCIÓN DE $\vec{v}$ ($\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$)

(TANGENTE A LA TRAYECTORIA)

$T = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_{TANG.}\, dr$

husares

XII

NEWTON

$F_{TANG} \rightarrow a_{TANG}$

$$\vec{F}_T = m\, a_T \quad ; \quad a_T = \frac{dv}{dt}$$

$$T = F_T\, dr = m \frac{dv}{dt} dr = m\, dv \frac{dr}{dt}$$

$$T = m\, v\, dv$$

$$\left(\frac{dv^2}{dv} = 2v \right) \Rightarrow v\, dv = \frac{1}{2} dv^2$$

$$\Rightarrow T = F_T\, dr = \frac{1}{2} m\, dv^2 = d\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

$$= d\, E_c$$

$$\Rightarrow T = \underline{\vec{F} \cdot d\vec{r}} = F_T\, dr = \underline{dE_c}$$

Trabajo en desplazamiento infinitesimal $d\vec{r}$ de la masa m = cambio de E_c (dE_c)

Trayectoria finita ($\Sigma\, d\vec{r}$)

$$\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 dE_c = E_{c_2} - E_{c_1}$$

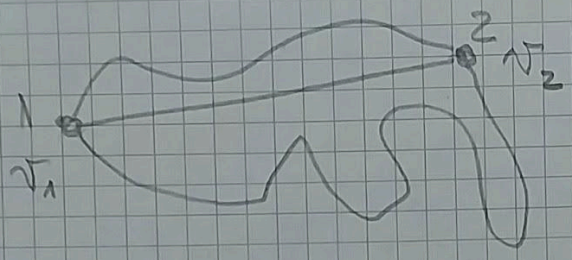
$$= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

v_2 = final ; v_1 = inicial

$\Rightarrow$ VARIACIÓN DE E_c SOLO DEPENDE DE LA VELOCIDAD INICIAL Y FINAL Y NO DEL CAMINO DE GUIADO

húsares

XII



$$E_{c_2} - E_{c_1}$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

EJ AUTO DEL VELOBO A $70 \frac{km}{h}$ $\quad T \rightarrow E_c$

$$T = 2 \times 10^5 J$$

Y EL QUE

$$\int_0^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = \Delta E_c \quad E_{c_f} = \frac{1}{2} m v_f^2$$

QUE SE NECESITA AL FRENARLO
(POR ESO $2 \times 10^5 J$)

LLEGAR A $70 \frac{km}{h}$ EN 10S.

$$P = \frac{2 \times 10^5 J}{10 s} = 2 \times 10^4 W = 20 kW$$

$(1 HP = 746 W)$

$(P \simeq 27 HP)$