HOJA Nº

FECHA

RESUMEN

COLISIONES

SOLO FUERZAS INTERNAS $\begin{pmatrix} 1 \text{ SOBRE } 2 \\ 2 \text{ SOBRE } 1 \end{pmatrix}$

* CONSERVACION DEL IMPULSO.

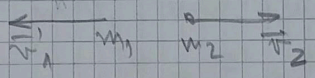
$$\vec{p}_{in} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{p}_f = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$$

3 ECUACIONES Y 6 INCOGNITAS

EL CASO UNIDIMENSIONAL

i)

f)



1 ECUACION Y 2 INCOGNITAS

CHOQUE ELASTICO

* CONSERVACION DE LA ENERGIA CINETICA

$$E_{c_i} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = E_{c_f}$$

EJ $v_2 = 0$

$$v_1 + v'_1 = v'_2$$

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 \quad ; \quad v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

$m_2 \gg m_1 \rightarrow v_1' \simeq -v_1$

REBOTA ELÁSTICAMENTE

$$E_{c_1}' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 E_{c_1}$$

PÉRDIDA DE E_c → REACTORES NUCLEARES

m_1 : NEUTRÓN
m_2 : H → D (ABSORBE n)
} AGUA PESADA

CHOQUE NO FRONTAL

$\vec{v}_2 = 0$ (m iguales): $m\vec{v}_1 = m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2'$

$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$ △

$E_c \Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

CHOQUE PLÁSTICO

i) m_1 ; m_2

f) $m = m_1 + m_2$

$mv = p = m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow v = \frac{p}{m}$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

DESINTEGRACION

i) m

f) m_1 ; m_2

m EN REPOSO $\Rightarrow$ $m\vec{v} = 0 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$

$$m v_1' = -m_2 v_2'$$

COEFICIENTE DE RESTITUCION

ELASTICO

INELASTICO

PLASTICO

$(E_{c_f} \rightarrow$ OTRAS$)$

CHOQUE $\rightarrow$ VELOCIDAD RELATIVA $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$

ELASTICO : $v_2' - v_1' = v_1 - v_2$

PLASTICO : $v_2' - v_1' = 0$

INELASTICO (INTERMEDIO) $v_2' - v_1' = r(v_1 - v_2)$

r ↑ COEFICIENTE DE RESTITUCION

$r = 1$ ELASTICO

$r = 0$ PLASTICO

NOTA

HOJA Nº

FECHA

7

MOVIMIENTO DE COHETES

COHETE: MÓVIL QUE ADQUIERE IMPULSO POR LA EXPULSIÓN CONTINUA DE MASA (COMBUSTIBLE QUEMADO)

EN t : $\vec{v} = \vec{v}(t)$

IMPULSO TOTAL CONSERVADO

$\vec{v}(t)$

ARROJA HACIA ATRÁS dm A $\vec{v}_s$

$\Rightarrow$ INCREMENTA $\vec{v}(t)$ EN $d\vec{v}$ $\rightarrow d\vec{p} = M d\vec{v}$

= IMPULSO ARROJADO HACIA ATRÁS

$$dm\,\vec{v}_s = M\,d\vec{v}$$

(p_{gas}) ($p_{incremento}$)

$$\underbrace{\frac{dm}{dt}}_{q}\vec{v}_s = M\frac{d\vec{v}}{dt} = Ma = F$$

CAUDAL DE COMBUSTIBLE EXPULSADO

$$\frac{dm}{dt}\vec{v}_s = F$$: FUERZA DE EMPUJE DEL COHETE

Si $q = cte$ y $\vec{v}_s = cte \rightarrow F_{empuje} = cte$

NOTA

PERO (MIENTRAS HAYA EL COMBUSTIBLE)

8

HOJA Nº

FECHA

M NO CONSTANTE $\Rightarrow$ NO ES M.U.A.

$$M(t) = M_0 - q_f t$$

(M_0: INICIAL)

$$F = M(t)\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{F}{M(t)} = \left[\frac{dv}{dt} = \frac{F}{M_0 - q_f t}\right]$$

$M_0 - q_f t$ DISMINUYE $\Rightarrow$ $\frac{dv}{dt}$ AUMENTA

t_f: SE TERMINA EL COMBUSTIBLE

$$M_f = M_0 - q_f t_f$$

$$v_f = \int_0^{t_f} \frac{F\,dt}{M_0 - q_f t}$$

$$\left(\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln(a+bx)\right)$$

$$\frac{dm}{dt} = q_f = \frac{F}{v_s}$$

$$\left[v_f = \frac{F}{q_f}\ln\frac{M_0}{M_f} = v_s \ln\frac{M_0}{M_f}\right]$$

Resistencia del aire $\Rightarrow$ v_f menor

NOTA

9

HOJA Nº

FECHA

EJ ESCAPAR DEL CAMPO GRAVITATORIO

TÍPICAMENTE $v_s = 4\ \frac{km}{s}$

ESCAPAR $v_f \approx 12\ \frac{km}{s}$

$$\frac{v_f}{v_s} = \frac{12\ km/s}{4\ km/s} = 3 = \ln \frac{M_0}{M_f}$$

$$M_0 = M_f e^3 \qquad (e^3 \approx 20)$$

$$M_0 \approx 20\, M_f$$

DE LA MASA INICIAL

19 PARTES COMBUSTIBLE

$\frac{19}{20}$ DEL PESO INICIAL

SATELITE EN ÓRBITA $v_f < v_{escape}$

$$v_f \approx 8\ \frac{km}{s}$$

$$\ln \frac{M_0}{M_f} = \frac{8\ km/s}{4\ km/s} = 2$$

$$M_0 = M_f e^2 = 7{,}4\, M_f$$

$\sim 84\%$ DEL PESO COMBUSTIBLE

NOTA

10

HOJA N°

FECHA

AL INICIAR EL DESCENSO

COMO "SUSPENDIDO" EN EL AIRE

EN ESE LAPSO : $q v_s$ (EMPUJE) = PESO COHETE

$$q v_s = Mg$$

CAUDAL NECESARIO $q = \frac{Mg}{v_s}$

PARA $10^6 N$ Y $v_s = 4.000 \frac{m}{s}$

$$q = \frac{10^6 N}{4 \times 10^3 \frac{m}{s}} = 250 \frac{Kg}{s}$$

(¼ TON DE MASA POR SEGUNDO)

HOJA Nº

FECHA

ROTACIONES

SISTEMA DE PARTICULAS SIMPLE: CUERPO RIGIDO

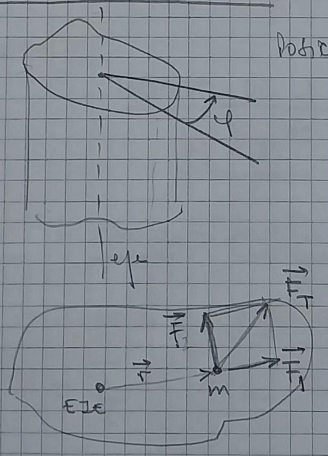
(DISTANCIA INVARIANTE ENTRE PARTES)

* CUERPO SOLO PUEDE TRASLADARSE Y GIRAR
(O AMBOS COMBINADO!)

* TRASLACIONES: DETERMINADAS POR EL MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASA

* ROTACIONES

ALREDEDOR DE UN EJE



POSICION DETERMINADA POR φ

CADA PARTICULA m EFECTUA MOVIMIENTO CIRCULAR

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

CON $v = \omega r$

$(a = \alpha r)$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

TODA $\vec{F}_i$ SOBRE LA PARTICULA m_i SE PUEDE DESCOMPONER EN

$\vec{F}_{i\parallel}$ EN EL PLANO $(EJE, \vec{r}_i)$

+

$\vec{F}_{i\perp}$ $\perp$ AL PLANO

SOLO $\vec{F}_{i\parallel}$ PUEDE HACER GIRAR AL CUERPO

PARA LA ROTACION INTERESA $\vec{F}$ Y SU "BRAZO DE PALANCA"

(DISTANCIA $\vec{r}$ DESDE EL PUNTO EN QUE ACTUA AL EJE DE ROTACION)

SE DEFINE:

MOMENTO DE LA FUERZA

$$N = rF \qquad (\vec{N} = \vec{r} \wedge \vec{F})$$

$$N = rF = rma = mr^2\alpha$$

CADA PARTICULA $N_i = m_i r_i^2 \alpha$ (SUGIDO)

$$N = \sum_i N_i = \sum_i m_i r_i^2 \alpha$$

$$N = I\alpha \qquad I = \sum_i m_i r_i^2$$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

I: MOMENTO DE INERCIA CON RELACION AL EJE

$I \neq I(\omega)$

I DEPENDE DE LA DISTRIBUCION DE MASA CON RELACION AL EJE DE ROTACION

$N = I\alpha$ (SE PARECE A $F = ma$)

ANALOGIA

$\alpha = \frac{N}{I}$ $\left(a = \frac{F}{m}\right)$

ANALOGIA

$\left[F = ma = m\frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}\right]$ NEWTON

$\left[N = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}\right]$ ROTACIONAL

$L = I\omega$: IMPULSO ANGULAR DEL CUERPO RIGIDO

Ej: $N = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = cte \Rightarrow$ M.C.U.

$\frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = cte$ CONSERVACION

NOTA

HOJA Nº

FECHA

$N = cte \Rightarrow \alpha = cte = \frac{N}{I}$

$\omega = \omega_0 + \alpha t = \omega_0 + \frac{N}{I} t$ M.C.U.A.

PENDULO DE TORSION

(DIAGRAMA)
BARRA FIJA SOSTIENE
MUEVE EL CUERPO DE I
UN ANGULO φ

ELASTICIDAD DE LA BARRA
REACCIONA Y TIENDE A
VOLVER AL EQUILIBRIO

APARECE EL MOMENTO

$N = -c\varphi = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} + c\varphi = 0$

MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMONICO

$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}$ $\left(T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)$

NOTA

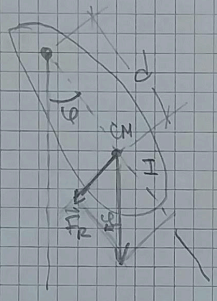
5

HOJA Nº

FECHA

PÉNDULO FÍSICO

CUERPO CUALQUIERA OSCILA ALREDEDOR DE UN EJE HORIZONTAL



$\vec{P}$ APLICADO EN C.M.

$\vec{F}_R = mg \operatorname{sen}\varphi$

(LA QUE HACE ROTAR)

$$N = -mg \operatorname{sen}\varphi \, d = I \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

(SIGNO (−) YA QUE N TIENE SIGNO CONTRARIO AL DE LOS ÁNGULOS POSITIVOS)

PEQUEÑAS OSCILACIONES: $\operatorname{sen}\varphi \approx \varphi$

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mgd\varphi = 0$$

OSCILADOR ARMÓNICO

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

COMPARANDO CON $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow$

longitud EQUIVALENTE "l" $= \frac{I}{md}$

NOTA