HOJA N°

FECHA

RESUMEN

OSCILADOR FORZADO

$F_{el} = -kx \qquad F_{am} = -cv$

AGREGAR F_f PARA CONSEGUIR MOVIMIENTO ARMONICO

$$F_{el} + F_{am} + F_f \Longrightarrow x = B\cos(w't) \qquad (F_f = F_f(w'))$$

$$y = B\,\mathrm{sen}(w't) \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = -Bw'\,\mathrm{sen}(w't) = -w'y$$

$$a = -w'^2 x$$

$$F_{el} + F_{am} + F_f = ma$$

$$F_f = ma + cv + kx$$

$k' = mw'^2$:

$$F_f = -mw'^2 x - cw'y + kx$$

$$F_f = (k-k')x - cw'y$$

$$F_f = A\cos(w't + \varphi_0)$$

$$F_f = \underbrace{\frac{A}{B}\cos\varphi_0}_{k-k'} \cdot x - \underbrace{\frac{A}{B}\mathrm{sen}\varphi_0}_{cw'} \cdot y$$

$$\tg\varphi_0 = \frac{cw'}{k-k'} \qquad \frac{A^2}{B^2} = (k-k')^2 + c^2 w'^2$$

$$B^2 = \frac{A^2}{(k-k')^2 + c^2 w'^2}$$

$(x = B\cos(w't))$

NOTA

b

HOJA Nº

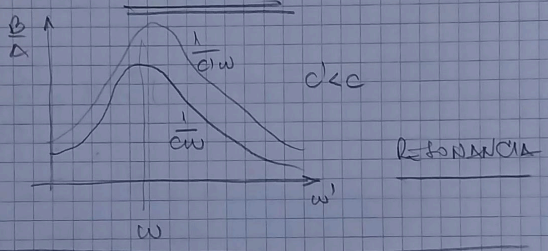
FECHA

$\omega' >> \omega \Rightarrow$ B DISMINUYE CON ω'

$\omega' \approx \omega \Rightarrow$ DENOMINADOR MÍNIMO

(AMORTIGUAMIENTO NATURAL) $\longrightarrow$ RESONANCIA

$$\mathcal{B} = \frac{A}{c\omega}$$



RESONANCIA

SISTEMA DE PARTÍCULAS

CENTRO DE MASA $\quad M = \sum_{i=1}^{n} m_i$

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$$

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \int_V \vec{r}\, dm = \frac{1}{M} \int_V \sigma \vec{r}\, dV$$

$$\sigma = \frac{dm}{dV}$$

$$\left(M = \int_V dm = \int_V \sigma\, dV \right)$$

NOTA

HOJA Nº

FECHA

MOVIMIENTO DEL CENTRO DE MASA

$$M\frac{d\vec{R}}{dt} = M\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$$

$$\Downarrow$$

$$M\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$$

$$M\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} = M\vec{A} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i$$

PARTICULA i: $\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{ext} + \vec{F}_i^{int}$$

Pero: $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{int} = 0$ (ACCION Y REACCION)

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{ext} = \vec{F}^{ext}$$

$$\vec{F}^{ext} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i = M\vec{A}$$

CM SE MUEVE SEGUN NEWTON COMO SI FUERA UNA PARTICULA ~~DE~~ MASA M.

NOTA

d

HOJA Nº

FECHA

$$\vec{F}^{ext} = 0 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{ext}$$

$$\Downarrow$$

$$M\vec{A} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt}(M\vec{V}) = 0$$

$$\rightarrow \underline{M\vec{V} = cte} \qquad \text{M.V. DEL C.M.}$$

$$M\vec{V} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{P} = cte$$

CONSERVACION DEL IMPULSO TOTAL

HOJA Nº

FECHA

COLISIONES

(APLICACIÓN $\left.\frac{d\vec{p}}{dt}\right|_{F_{ext}=0} = 0$)

CHOQUES DE MÓVILES

USO DE LA CONSERVACIÓN DE IMPULSO

COLISIÓN ⇒ SOLO FUERZAS INTERNAS

(PARTÍCULA SOBRE PARTÍCULA Y REACCIONES)

i) $m_1\vec{v}_1$ CHOCA CON $m_2\vec{v}_2$

f) $m_1\vec{v}'_1$, $m_2\vec{v}'_2$

CONSERVACIÓN

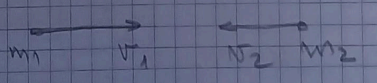
$$\vec{p}_{in} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = \vec{p}_f$$

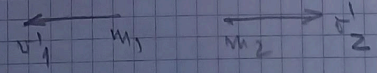
(3 ECUACIONES)

6 INCÓGNITAS $(\vec{v}'_1, \vec{v}'_2)$ (NO SUFICIENTES !)

EJ 1 CASO UNIDIMENSIONAL (CHOQUE FRONTAL)

(1 DIRECCIÓN) $m_1v'_1 + m_2v'_2 = p = m_1v_1 + m_2v_2$

i) 

f) 

OTRO DATO : ENERGÍA

NOTA

HOJA Nº

FECHA

2

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = E_c = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

(CHOQUE ELÁSTICO) (NO TRANSFORMACIÓN)

SIMPLIFICANDO: $v_2 = 0$

(p) $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$m_1 (v_1 - v_1') = m_2 v_2'$

(Ec) $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$

$m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2$

$m_1 (v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2 v_2'^2$

$m_2 v_2' (v_1 + v_1') = m_2 v_2'^2$

$v_1 + v_1' = v_2'$

USANDO (p)

$$\begin{cases} v_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{cases}$$

EJ

$m_2 \gg m_1$ $\quad v_1' \simeq -v_1$ REBOTA ELÁSTICAMENTE

NOTA

HOJA Nº

FECHA

$$\begin{cases} v_1'^2 = \dfrac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} v_1^2 \\ v_2'^2 = \dfrac{4m_1^2}{(m_1+m_2)^2} v_1^2 \end{cases}$$

$$E_{c1}' = \frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} \underbrace{\frac{1}{2} m v_1}_{E_{c1}}$$

(<1)

m_1 PERDIO E_c

$\dfrac{E_{c1}'}{E_{c1}}$: IMPORTANTE EN REACTORES NUCLEARES

N : NEUTRONES CON ALTA v → ALTA E_c.

HAY QUE FRENARLOS PARA DISMINUIR EL NUMERO DE CHOQUES QUE FISIONAN

$$E_c' = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 E_c$$

$m_2 \simeq m_1$ HACE EL TRABAJO MATERIAL CON $m_2 \simeq m_1$: H (HIDROGENO) (AGUA H_2O)

H TIENDE A ABSORBER EL N

AGUA PESADA (D_2O) ($D_2 = p+n$)

4

HOJA Nº

FECHA

CHOQUE NO FRONTAL

$\vec{v}_2 = 0 \Rightarrow$ C.I: $m\vec{v}_1 = m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2'$

(m IGUALES)

$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$ → FORMAN TRIÁNGULO

E.C: $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2$

$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$ → Δ RECTÁNGULO

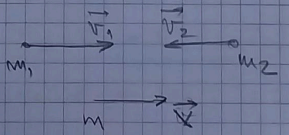
DIAGONAL ($\vec{v}_1$: HIPOTENUSA)

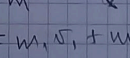
(1 Y 2 SE MUEVAN ⊥)

CHOQUE PLÁSTICO

MASAS QUE CHOCAN QUEDAN UNIDAS

DESPUÉS DE LA COLISIÓN: GENERAN $m = m_1 + m_2$





C.I: $mV = p = m_1v_1 + m_2v_2$

$V = \frac{p}{m} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m}$

DESINTEGRACIÓN: CASO INVERSO

INICIAL EN REPOSO $\Rightarrow$ $mV = 0 = m_1v_1' + m_2v_2'$

$m_1v_1' = -m_2v_2'$

(IGUALES p; $v_i \propto \frac{1}{m_i}$)

v_i DE LA ENERGÍA

HOJA Nº

FECHA

COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN

CHOQUE FRONTAL INELÁSTICO

(ENTRE ELÁSTICO Y PLÁSTICO)

PARTE DE LA ENERGÍA CINÉTICA INICIAL SE PIERDE (CALOR)

2 PARTÍCULAS CHOCAN:

SE APROXIMAN CON VELOCIDAD RELATIVA

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

i) $v_2' - v_1' = v_1 - v_2$ ELÁSTICO

ii) $v_2' - v_1' = 0$ PLÁSTICO

iii) CASOS INTERMEDIOS:

$$v_2' - v_1' = r(v_1 - v_2)$$

r: COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN

MATEMÁTICOS ELÁSTICOS $\Rightarrow r \to 1$

✓ MÁS PLÁSTICOS $\Rightarrow r \to 0$

+ C.I $\rightarrow$

$$\begin{cases} v_1' = \dfrac{m_1 - r m_2}{m_1 + m_2} v_1 + (1+r)\dfrac{m_2}{m_1+m_2} v_2 \\ v_2' = (1+r)\dfrac{m_1}{m_1+m_2} v_1 + \dfrac{m_2 - r m_1}{m_1+m_2} v_2 \end{cases}$$

NOTA

6

HOJA Nº

FECHA

$v_2 = 0$ y $r = 1$ ⟹ Choque elástico

$r = 0 \quad \Rightarrow v_1' = v_2' = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{P}{m_1 + m_2}$

Si $m_1 << m_2$

$$v_1' = -r v_1 + (1+r) v_2$$

m_2 INICIALMENTE EN REPOSO ($v_2 = 0$)

$$\underline{v_1' = -r v_1}$$

(medir r)

EJ EJEMPLO DE h CON EL SUELO Y REBOTA A h'

$$v|_{SUELO} = \sqrt{2gh}$$

CHOCA Y $v' = \sqrt{2gh'}$ LE PERMITE LLEGAR A h'

$$v_1' = -r v_1 \Rightarrow -\frac{v_1'}{v_1} = \boxed{r = \sqrt{\frac{2gh'}{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}}}$$

EJ: $h = 1\,m$, $h' = 0{,}8\,m$ $\Big\}$ $\underline{r = \sqrt{0{,}8} \simeq 0{,}9}$

NOTA