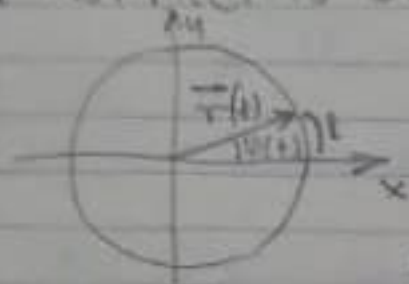


Universalidad de la caída libre (w = const. de la masa) $v = gt$

RESUMEN

* MOVIMIENTO CIRCULAR



$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\omega(t) = \text{cte} \rightarrow \text{M.C.V.}$$

$$\Rightarrow \omega = \text{cte} \rightarrow \phi = \phi_0 + \omega t \quad (\text{lineal en } t)$$

$$\vec{r}(t) = r \cos(\omega t) \hat{i} + r \sin(\omega t) \hat{j}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} ; \quad v = \frac{l}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\omega = 2\pi f)$$

$$l = r\phi \rightarrow dl = r d\phi \rightarrow \left[v = \frac{dl}{dt} = r \frac{d\phi}{dt} = r\omega \right]$$

$\vec{\omega} \perp$ plano del círculo

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega r (-\cos(\omega t) \hat{i} + \sin(\omega t) \hat{j})$$

$$\vec{v} \perp \vec{r}$$

$$a = v\omega = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{r} = \pi$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \omega r (-\sin(\omega t) \hat{i} - \cos(\omega t) \hat{j}) \quad \left| \quad \vec{a} \wedge \vec{r} = \pi \right.$$

$$* a_{tg} = \frac{dv}{dt}$$

$$\vec{a}_{tg} = \frac{\vec{v}}{v} \frac{dv}{dt}$$

$$* a_r = v \frac{dv}{dt} = v \omega = \omega^2 r$$

centrípeta

$$\underline{\vec{a}_r = -\omega^2 \vec{r}}$$

M.C.U.A. $\rightarrow$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \text{cte}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\underline{a_{tg} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \alpha r}$$

DINAMICA

1º Pto: NO DE INERCIA: DETERMINA EL SISTEMA INERCIAL DE REFERENCIA
(vale $F=0 \Rightarrow a=0$)

2º Pto: $\vec{F} = m\vec{a}$ (ecuación vectorial)
hallar el movimiento conocida la causa
(o la inercia)

3º Pto: acción y reacción (distintos ptes)

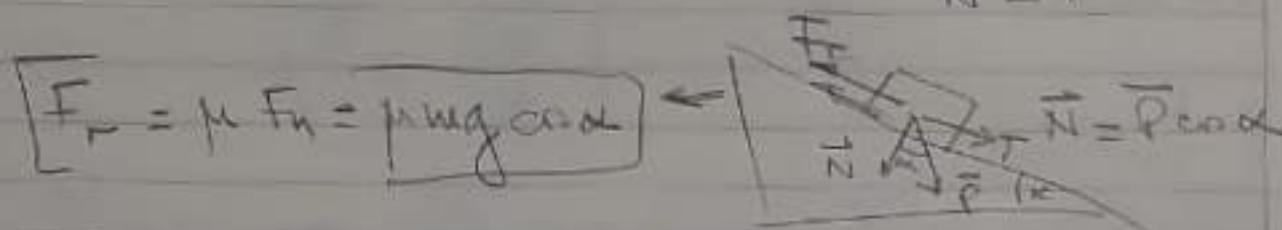
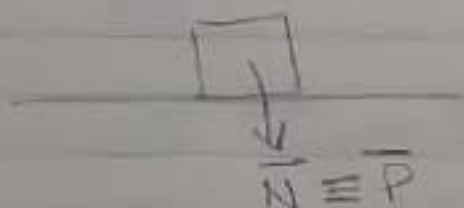
$$\left. \begin{array}{l} m_1 \text{ sobre } m_2 \text{ con } \vec{F}: \vec{F} = m_2 \vec{a}_2 \\ \text{reacción } -\vec{F} = m_1 \vec{a}_1 \end{array} \right\} \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

FUERZA DE ROCE (FRICTION)

F_r : Se OPONE AL MOVIMIENTO (EXEMPLEM)

$F_{r,x}$ Fuerza con la que el cuerpo es frenado
contra la superficie sobre la que desliza

$$F_r = \mu F_N$$



Para deslizar: $F = T - F_r$
 $F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m} = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$
$$= g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

disminuyendo α : $\sin \alpha_r = \mu \cos \alpha_r$

$$\left[\frac{\sin \alpha_r}{\cos \alpha_r} = \mu \right] \quad \underline{\underline{a=0}}$$

α_r : ángulo de roce dinámico

aumentando de $\alpha=0$ a nivel por $\alpha_c (> \alpha_r)$
ángulo de roce estático

IMPULSO

Fuerza dependiente del tiempo

$$\vec{F} = \vec{F}(t)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

vector cantidad de movimiento $\vec{p} = m\vec{v}$
(en kg m/s)

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{constante} \quad (\text{conservación})$$

$$\begin{aligned} \text{Si } \vec{F} = \vec{F}(t) \Rightarrow \int_0^t \vec{F}(t) dt &= \int_0^t \frac{d\vec{p}}{dt} dt \\ &= \int_0^t d\vec{p} = \underbrace{\vec{p}(t) - \vec{p}(0)}_{\text{Variación de impulso}} \end{aligned}$$

$$\int_0^t \vec{F}(t) dt : \text{IMPULSO DE LA FUERZA}$$

$$= \vec{p} : \text{VECTOR DE IMPULSO}$$

FUERZA CENTRÍFUGA

M.C.U. DE masa M (ajus mediante un hilo)

n vueltas por segundo $\Rightarrow \omega = 2\pi n$

$$\vec{a}_r = -\omega^2 \vec{r}$$

↓ 2º Pto: $\vec{F}_{cp} = m \vec{a}_r = -m \omega^2 \vec{r}$

modulo $F_{cp} = m \omega^2 r = m \omega v = m \frac{v^2}{r}$

↓ 3º Pto: acción sobre el hilo (igual y opuesta)

$$\vec{F}_{cf} = m \omega^2 \vec{r}$$

modulo: $F_{cp} = F_{cf}$

COMPARAREMOS CON EL PESO (modulos)

$$\frac{F_{cf}}{P} = \frac{m \omega^2 r}{m g} = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{v^2}{g r}$$

Ej: $1500 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$ $r = 0,2 \text{ m}$

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \left(\frac{6,28 \times 1500}{60 \text{ s}} \right)^2 \frac{0,2 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2} \approx \underline{\underline{500}}$$

$$F_{cf} = 500 P$$

numero difusa (per tempo) $a \approx 10g$

$$a = 900 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

radio de giro para que a sea v la $a < 5g$

$$5g > \frac{v^2}{r}$$

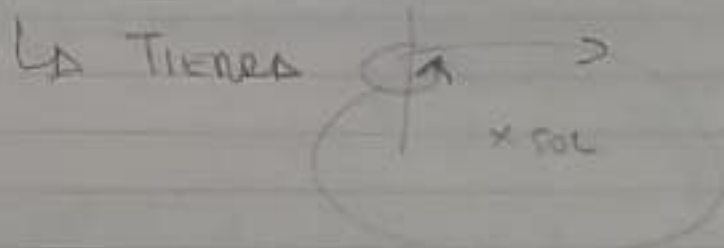
$$r > \frac{v^2}{5g} = \frac{(250 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{5 \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.274 \text{ km}$$

superiores $3 \times r_{\text{ant}} \rightarrow \sim 9 \text{ km}!$

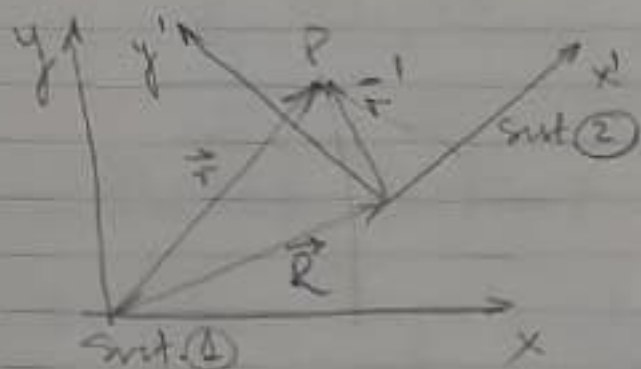
→ centro fuertemente (dentro a g)

↓
 $a \gg g$ (separación de isotopos)

SISTEMAS NO INERCIALES



EN EL PLANO



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$$

P se mueve $\rightarrow \begin{cases} \vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} \\ \vec{r}'(t) = x'(t)\hat{i}' + y'(t)\hat{j}' \end{cases}$

$$\vec{v}(t), \vec{v}'(t)$$

(Orientados)
PUEDEN MOVERSE $\hat{i}(t), \hat{j}(t)$

MOVIMIENTO RELATIVO DE TRACCION

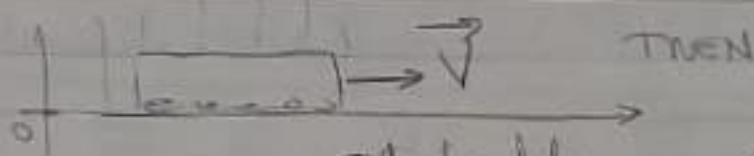
ORIENTACION RELATIVA DE ① y ② FIJA

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{R}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{r}' + \vec{V}}$$

COMPOSICION DE VELOCIDADES

VELOCIDAD DE ABSTRACCION



gotas de lluvia caen en la estación
con $\vec{v}_g \downarrow$

$\vec{v}'_g$: velocidad de la gota observada en el tren

$$\vec{v}_g = \vec{v}'_g + \vec{V}$$

$$\vec{v}'_g = \vec{v}_g - \vec{V}$$

(estación) (en tren) (tren)

ángulo $\tan \alpha = \frac{V}{v_g}$



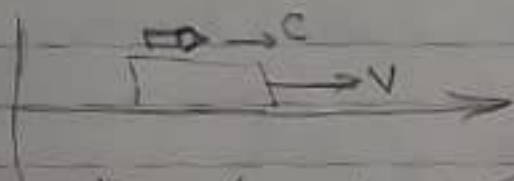
α AUMENTA CON V

Si $V = v_g \rightarrow \alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

RELATIVIDAD

c máxima

= en todo sistema inercial



estación $v = V + c > c$

$\Rightarrow V = c \rightarrow c + c = c$

OTRA DEDUCCIÓN

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Aceleración relativa de traslación

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

(1) (2) traslación de (1)
respecto de (2)

Aceleración:

al avanzar o detenerse $\vec{A} \neq 0$
sistema (2)

edificio: sistema (1) $\rightarrow \vec{A}$: aceleración
del ascensor

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}$$

(2) (1)

en (1) todos caen con $\vec{g}$

en (2) $\vec{a} = \vec{g} - \vec{A}$ caída con $\vec{a} < \vec{g}$

$$* P' = m(g - A)$$

peso aparente

Si corta el cable! (caída libre)

$$\vec{A} = \vec{g} \Rightarrow P' = 0 !$$

peso aparente nulo

$$(m_i = m_j)$$

Campo gravitacional se anula en el sistema
en caída libre: efecto de equivalencia de Einstein
(igualdad de $\vec{a}$)

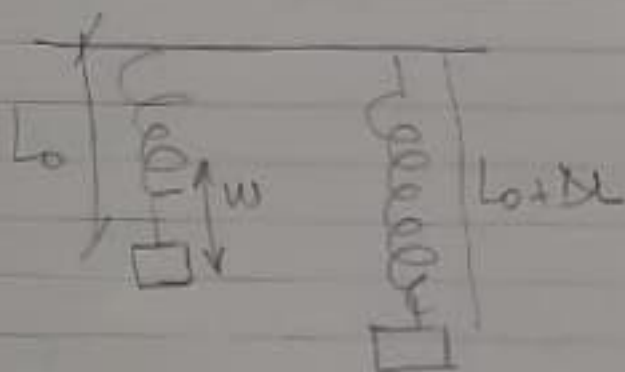
Principio de equivalencia

Universalidad de la caída libre $\Rightarrow$

$$\underline{m_i = m_g}$$

$$\vec{F} = m_i \vec{a}$$

$$F_{grav} = G_M \frac{m_g M_g}{r^2}$$



$$-kx = m_i \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_i}}$$

siendo $\omega \rightarrow$ siendo m_i

siendo ΔL siendo

$$k \Delta L = m_g g$$

$$\Delta L = \frac{m_g g}{k}$$

siendo m_g

En todos casos con igual velocidad

$$-m_g g = m_i \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} \frac{m_g}{m_i} g t^2$$

$\frac{m_g}{m_i} = 1$ para igual velocidad de caída
(universal) $\Rightarrow = 1$

Princípio da Equivalência

{ Observadores em queda livre em um
campo gravitatório são localmente
equivalentes a observadores inerciais }