



Práctica 3

1. Las paredes de un tubo metálico rectangular semiinfinito están conectadas a tierra y su base a un potencial constante. Calcule el potencial electrostático en el interior del tubo. Suponga ahora que la base del tubo se conecta a un potencial que no es constante –elija un potencial que se anule en los bordes de la base– y calcule nuevamente el potencial en el interior del tubo. Compare ambos resultados –preste atención a la convergencia de la serie– y grafique las soluciones.
2. Un cilindro está constituido por una base inferior y una superficie lateral conductoras conectadas a tierra y una tapa superior que consiste en un disco conductor mantenido a un potencial distinto de cero. Calcule el potencial electrostático en el interior del cilindro y la fuerza experimentada por la superficie inferior de la tapa. Suponga ahora que se reemplaza la tapa conductora por otra –no conductora– sometida a un potencial que decrece linealmente desde un valor V en su centro hasta anularse en los bordes; calcule y grafique el campo electrostático sobre la superficie inferior de la tapa.
3. El eje de un cilindro de radio R coincide con el eje z y sus caras planas se encuentran en los planos $z = 0$ y $z = L$. Las caras planas son conductores conectados a tierra y la superficie curva lateral se mantiene a un potencial $V(\theta, z)$. Escriba el potencial electrostático en el interior del cilindro. Calcule ahora el potencial para el caso particular $V(\theta, z) = V_0 H(\pi - \theta)$.
4. (i) Calcule el potencial electrostático generado por una carga puntual frente a una esfera conductora conectada a tierra; para ello resuelva la ecuación de Poisson.
(ii) Una superficie esférica está constituida por un hemisferio conductor conectado a un potencial V y otro conectado a un potencial $-V$. Calcule el potencial en el interior y en el exterior de la esfera resolviendo la ecuación de Laplace.

Compare ambos resultados con los obtenidos a partir del método de las imágenes (problema 5 de la práctica 2). Grafique las superficies equipotenciales.

5. Calcule el potencial generado por una carga Q en $(0, 0, a)$, otra carga Q en $(0, 0, -a)$ y una tercera carga $-2Q$ en el origen. Considere luego el límite $a \rightarrow 0$. Estudie ahora cómo cambia el potencial si se encierran

las cargas con una esfera conductora centrada en el origen y conectada a tierra; para ello: (i) utilice el método de las imágenes; (ii) resuelva la ecuación de Poisson; (iii) utilice la función de Green. Compare.

6. Una esfera tiene una densidad superficial de carga dada por la expresión $\sigma = \sigma_0 (\sin \theta \cos \phi + \cos^2 \theta)$, siendo σ_0 una constante. Calcule el potencial electrostático en todo el espacio.
7. Calcule el potencial electrostático generado por un disco uniformemente cargado desarrollando el potencial en soluciones de la ecuación de Laplace. Determine los coeficientes de este desarrollo a partir de los resultados del problema 9 (iv) de la práctica 1. Este problema es muy interesante.
8. Analice la transformación $f(z) = z + e^z$, con $z \in \mathbb{C}$, y utilícela para estudiar los efectos de borde en un capacitor. Para ello, calcule el potencial electrostático generado por dos semiplanos conductores paralelos sometidos a una diferencia de potencial. Grafique las líneas de campo y las superficies equipotenciales en las cercanías del borde del capacitor.
9. Estudie el potencial bidimensional de una carga frente a un vértice metálico conectado a tierra calculando la función de Green correspondiente a partir de la separación de variables en coordenadas polares. Determine la densidad superficial de carga inducida sobre el conductor. Resuelva el mismo problema mediante una transformación conforme en el plano complejo y mediante el método de las imágenes. Compare sus resultados.
10. Calcule el potencial bidimensional en el interior de un círculo formado por dos semicírculos conductores, uno a potencial V y otro conectado a tierra, utilizando una transformación conforme adecuada. Luego resuelva la ecuación de Laplace y compare ambos resultados. Grafique las curvas equipotenciales y las líneas de campo. Compare el resultado con el límite $L \gg R$ del problema 3 de esta práctica.

“Y así, sin dar parte a persona alguna de su intención y sin que nadie le viese, una mañana, antes del día, que era uno de los calurosos del mes de julio, se armó de todas sus armas, subió sobre Rocinante, puesta su mal compuesta celada, embrazó su adarga, tomó su lanza y por la puerta falsa de un corral salió al campo, con grandísimo contento y alborozo de ver con cuánta facilidad había dado principio a su buen deseo.”
