



Práctica 4

Momentos multipolares

1. Calcule los momentos multipolares de las siguientes distribuciones de carga:
 - a) Una carga Q en $(a, 0, 0)$, una carga $-Q$ en $(-a, 0, 0)$, una carga Q en $(0, a, 0)$ y una carga $-Q$ en $(0, -a, 0)$.
 - b) Una carga Q en $(0, 0, a)$, una carga Q en $(0, 0, -a)$ y una carga $-2Q$ en $(0, 0, 0)$.

Escriba los potenciales para $r \gg a$ en términos de los momentos multipolares y compare ambos resultados.

2. Muestre que el potencial generado por un dipolo \vec{p} ubicado en \vec{r}_0 equivale al de una distribución de carga $\rho(\vec{r}) = -\vec{p} \cdot \vec{\nabla} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$.
3. Considere los problemas 4 (i), 6 y 7 de la práctica 3 y verifique en cada caso que los momentos multipolares determinan el potencial a grandes distancias de la distribución de carga.
4.
 - (i) Encuentre las relaciones entre los primeros momentos multipolares cartesianos y los esféricos.
 - (ii) Calcule los momentos multipolares de una distribución de carga con simetría esférica.
 - (iii) Muestre que si la carga total de una distribución es distinta de cero entonces puede elegirse un sistema de coordenadas con respecto al cual el momento dipolar de la distribución se anule.
5. Estudie el movimiento de una carga de prueba que se coloca en reposo en un punto \vec{r}_0 bajo el campo electrostático generado por un dipolo \vec{p} . Determine para qué valores de \vec{r}_0 la carga es repelida al infinito y para cuáles otros es atraída hacia el dipolo. Muestre que si se elige \vec{r}_0 en la región que separa estos dos casos la carga de prueba oscila alrededor del dipolo como un péndulo gravitatorio con $g \sim |\vec{r}_0|^{-4}$.

Materiales dieléctricos

6. Calcule el potencial electrostático generado por una esfera dieléctrica con una carga en su centro. Describa la densidad de polarización.
7. Considere una esfera conductora a potencial V en un medio dieléctrico. Calcule el potencial en todo el espacio, la densidad de carga en la superficie de la esfera conductora y la densidad de carga de polarización en la superficie de contacto con el dieléctrico.
8. Considere una carga puntual frente a una esfera dieléctrica de permitividad ϵ . Calcule el potencial electrostático en todo el espacio (verifique que se obtienen los límites esperados en los casos $\epsilon \rightarrow \epsilon_0$ y $\epsilon \rightarrow \infty$). Describa el campo eléctrico cerca del centro de la esfera. Determine la densidad de carga polarización en la superficie de la esfera.
9. Se coloca una esfera dieléctrica en una región que contiene un campo eléctrico constante \vec{E}_0 . Calcule el potencial en todo el espacio y los campos \vec{E} , \vec{D} , \vec{P} . Determine la densidad de carga inducida sobre la superficie de la esfera y los correspondientes momentos multipolares; compare el resultado con el valor del potencial a grandes distancias de la esfera.
10. Dos esferas conductoras concéntricas tienen cargas opuestas Q y $-Q$. La mitad del volumen comprendido entre ellas está ocupado por un líquido dieléctrico de permitividad ϵ . Calcule el campo eléctrico en esa región. Determine la densidad de carga en la superficies conductoras y la densidad de carga de polarización en la superficie del dieléctrico.

“-Si os la mostrara – replicó don Quijote–, ¿qué hiciérades vosotros en confesar una verdad tan notoria? La importancia está en que, sin verla, lo habéis de creer, confesar, afirmar, jurar y defender; donde no, conmigo sois en batalla, gente descomunal y soberbia. Que, ahora vengáis uno a uno, como pide la orden de caballería, ora todos juntos, como es costumbre y mala usanza en los de vuestra ralea, aquí os aguardo y espero, confiado en la razón que de mi parte tengo.”
