Práctica 7

1. Calcule la fórmula de Fresnel para una onda plana monocromática que incide sobre un dieléctrico con el campo eléctrico polarizado perpendicularmente al plano de incidencia.

   Considere el caso de incidencia normal, calcule el vector de Poynting y muestre que no hay pérdida de energía en el dieléctrico.

2. Considere una onda plana monocromática que incide normalmente sobre una lámina dieléctrica, calcule la longitud de onda para la cual toda la energía incidente es transmitida e interprete este resultado.

3. Determine la solución general de la ecuación de ondas homogénea en una dimensión con condiciones iniciales dadas. Escriba, en particular, las soluciones $\phi(x,t)$ de la ecuación de ondas que satisfacen:

   (a) $\phi(x,0) = e^{-x^2} \qquad \partial_t\phi(x,0) = 0$

   (b) $\phi(x,0) = 0 \qquad \partial_t\phi(x,0) = H(a - |x|)$

4. La propagación de una onda plana en un medio dispersivo está dada por

$$\phi(x,t) = \int \partial_t K(x - x', t)\phi(x', 0)\, dx' + \int K(x - x', t)\partial_t\phi(x', 0)\, dx'$$

   (a) Escriba una expresión que permita calcular $K(x,t)$ a partir de la relación de dispersión $\omega = \omega(k)$.

   (b) Considere un modelo de dispersión dado por $\omega(k) = a + b\,k^2$ y calcule $\partial_t K(x,t)$. Determine la evolución temporal en este material de un campo cuyos valores iniciales son

$$\phi(x,0) = e^{-\frac{x^2}{L^2}} \cos(k_0\, x) \qquad \partial_t\phi(x,0) = 0$$

   Verifique que la envolvente se propaga con la velocidad de grupo y que los extremos locales lo hacen con la velocidad de fase. ¿Pueden ser estas velocidades mayores que c? ¿Por qué? Grafique la dispersión del paquete como función del tiempo.

5. Considere un material que contiene N cargas e de masa m por unidad de volumen sometidas a una fuerza de restauración caracterizada por una frecuencia ω_0 y a una fuerza disipativa caracterizada por un coeficiente γ. Muestre que la permitividad debida a estas cargas está dada por

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\,\gamma\,\omega}$$

Describa la dispersión anómala y la absorción resonante.

Considere un plasma de electrones ($\omega_0 = \gamma = 0$) y explique el comportamiento de los campos electromagnéticos a frecuencias menores que la frecuencia de plasma. Calcule $\partial_t K(x,t)$ (cfr. problema 4) para un plasma de electrones de muy baja densidad y determine la evolución temporal de un pulso electromagnético en este medio.

6. Considere un medio conductor y deduzca la ley de Ohm, $\vec{J} = \sigma(\omega)\,\vec{E}$, siendo

$$\sigma(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\gamma - i\,\omega}$$

Estudie la fase relativa entre $\vec{E}$ y $\vec{J}$ como función de ω/γ. Explique por qué los metales reflejan la luz visible pero pueden transmitir el ultravioleta (considere pequeños valores de γ). Determine el número de onda en función de la frecuencia y de la conductividad. Describa la fase relativa y los módulos de los campos $\vec{E}, \vec{B}$. Considere en cada caso pequeños y grandes valores de $\sigma/\omega\epsilon$.

7. Una onda monocromática incide normalmente sobre una lámina metálica. Calcule los coeficientes de transmisión y de reflexión en términos de la longitud de penetración.

"–¡Ay! –respondió Sancho llorando–. No se muera vuestra merced, señor mío, sino tome mi consejo y viva muchos años, porque la mayor locura que puede hacer un hombre en esta vida es dejarse morir sin más ni más, sin que nadie le mate ni otras manos le acaben que las de la melancolía. [...] cuanto más que vuestra merced habrá visto en sus libros de caballerías ser cosa ordinaria derribarse unos caballeros a otros y el que es vencido hoy ser vencedor mañana."
