Electromagnetismo II – Curso 2025

Práctica 5: Dinámica Relativista.

1. Sean $(\check{e}_\mu)^\nu \equiv \delta^\nu_\mu$ las componentes de los versores en las direcciones $\mu = 0, 1, 2, 3$. Considere un vector arbitrario p de componentes $p^\mu \to (p^0, \vec{p})$.

   (a) Encuentre una rotación $R(\vec{p})$ tal que $R(\vec{p})\,\vec{p} = |\vec{p}|\,\check{e}_3$.

   (b) Si p es tipo tiempo, con $p^0 > 0$, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $m\,\check{e}_0$, donde $m^2 = p^2$, siendo m una constante positiva.

   (c) Si p es tipo espacio, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $m\,\check{e}_3$, donde $m^2 = -p^2$, siendo m una constante positiva.

   (d) Si p es tipo luz, encuentre la transformación de Lorentz que lo lleva a la forma $E\,(\check{e}_0 + \check{e}_3)$, donde $E = p^0$, con E una constante positiva.

2. Considere un sistema de N partículas de masas m_i con momentos $\vec{p}_i$, con $i = 1, \cdots, N$, en el sistema de laboratorio $\mathcal{O}$.

   (a) Utilizando lo hecho en el ejercicio anterior, encuentre el boost a un sistema $\mathcal{O}'$ tal que $\sum_i \vec{p}\,'_i = \vec{0}$.

   (b) Muestre que en el límite de bajas velocidades el sistema $\mathcal{O}'$ corresponde al sistema de centro de masas.

   (c) Para el caso $N = 2$, escriba los tetramomentos p'_1, p'_2 en $\mathcal{O}'$ en términos de p_1, p_2 y muestre explícitamente que se satisface la condición del inciso (a).

3. Una partícula con energía en reposo E_0 es acelerada a la energía E y choca con otra similar que se encuentra en reposo. Calcule la energía máxima disponible para la producción de partículas en el estado final.

4. Una partícula de masa m y energía cinética T_0 choca elásticamente con una idéntica en reposo. Calcule el ángulo θ de dispersión de las partículas luego del choque en términos de la energía cinética de alguna de ellas. Analice en qué condiciones el ángulo se minimiza.

5. Escriba las ecuaciones de movimiento y determine la correspondiente trayectoria de una partícula de carga q y masa m en presencia de un campo eléctrico estático y uniforme $\vec{E} = (0, 0, E)$, para los casos:

   (a) partícula inicialmente en reposo en el origen.

   (b) partícula inicialmente en el origen y con velocidad constante según el eje z.

6. Determinar las ecuaciones de movimiento y la trayectoria correspondiente de una partícula de carga q y masa m en presencia de un campo magnético estático y uniforme $\vec{B} = (0, 0, B)$. Estudie los casos:

   (a) partícula inicialmente en reposo en el origen.

   (b) partícula inicialmente en el origen y con velocidad constante según el eje z.

   (c) partícula con velocidad constante u según el eje z e inicialmente en la posición $(R, 0, 0)$, donde $R = m\gamma u/qB$, con $\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$.

7. Considere un partícula de carga q y masa m en presencia de campos eléctrico y magnético estáticos, uniformes y ortogonales: $\vec{E} = (0, 0, E)$ y $\vec{B} = (0, B, 0)$.

(a) Discuta como puede obtener la trayectoria de la partícula a partir de lo realizado en los ejercicios anteriores, según sea $E < cB$ o $E > cB$.

(b) Para el caso $E < cB$ y con la partícula inicialmente en reposo, muestre que aparece una velocidad de deriva en la dirección $\vec{E} \times \vec{B}$.

8. Determinar el movimiento relativista de una partícula uniformemente acelerada a partir del reposo. Se entiende por aceleración uniforme al cuadrivector aceleración que en el sistema propio de la partícula es constante. (sugerencia: construir el cuadrivector aceleración a'^{μ} en el sistema propio y utilizar que $a'^{\mu}a'_{\mu}$ es invariante).