

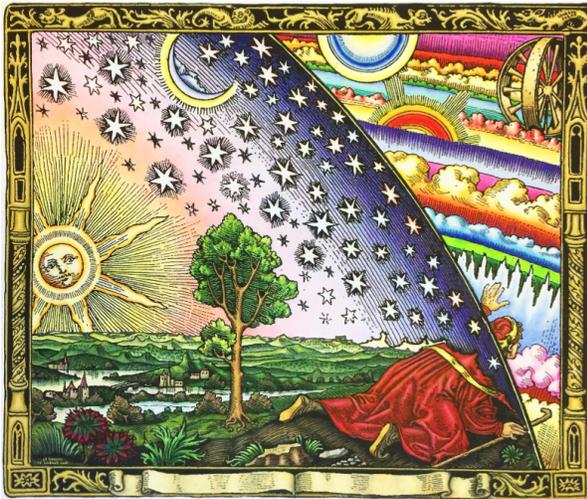
Laboratorio 1: Planetas, satélites y la tercera ley de Kepler

Física experimental II. Dpto. de Física. Fac. Cs. Exactas. UNLP

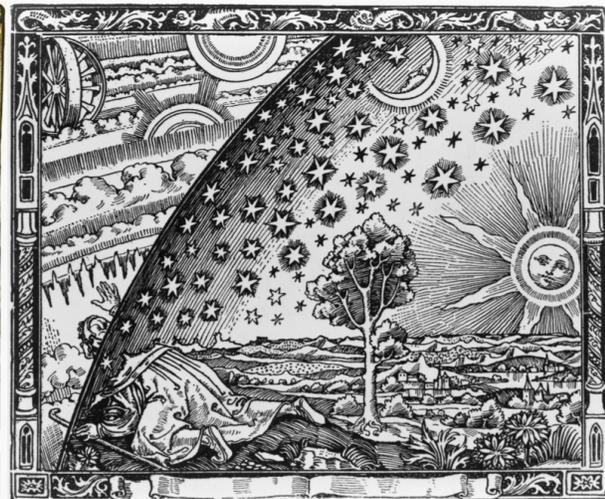
8 de agosto de 2023

Resumen

Vamos a verificar la validez de la tercera ley de Kepler aplicada a planetas y satélites naturales y artificiales del sistema solar. Para eso, vamos a recabar información sobre los parámetros orbitales y correlacionarlos. Finalmente, usaremos el conjunto de datos para obtener el valor de la constante de gravitación universal.



“Un misionero medieval cuenta que había encontrado el lugar en el que el Cielo y la Tierra se tocaban”



“Un missionnaire du Moyen Âge raconte qu'il avait trouvé le point où le ciel et la Terre se touchent”

1

¹Flammarion, C. (1888). L'atmosphère: météorologie populaire. Hachette.

1. Introducción

1.1. The great gig in the sky

Si se observa el movimiento de los objetos brillantes que pueblan el cielo sin un modelo preconcebido, es natural para la mente humana, cuya experiencia cotidiana transcurrió enteramente en el marco de referencia terrestre, interpretar todos los cambios de posición observados como movimientos relativos al suelo que pisa: parece que todos los puntos de luz se mueven en torno de la Tierra.



Figura 1: Analema. Curva cerrada formada por la posición del Sol en el cielo a la misma hora durante un año.



Figura 2: Movimiento aparente de las estrellas fijas debido a la rotación terrestre. Dependiendo de la latitud del observador en la Tierra, algunas estrellas - las circumpolares - están lo suficientemente cerca del polo celeste como para permanecer continuamente visibles sobre el horizonte. En los polos geográficos, el polo celeste correspondiente está directamente sobre la cabeza y todas las estrellas del hemisferio son circumpolares

Además del cambio en el recorrido del Sol por el cielo durante el año (fig. 1), y de la Luna durante cada mes, la mayoría de los puntos brillantes observables a simple vista parecen moverse conjuntamente en el firmamento como si estuvieran pintados sobre una bóveda rígida (o firme, por eso se llama “firmamento”) que gira en torno de la Tierra (fig. 2). Los objetos que no siguen el movimiento de estas “estrellas fijas” fueron llamados antiguamente astros “errantes” o “vagabundos”, en griego $\pi\lambda\alpha\nu\eta\prime\tau\eta\zeta^2$ (planētēs). La mayoría de las religiones politeístas indoeuropeas asociaron estos planetas a sus divinidades y aún hoy en prácticas como la astrología se habla del movimiento “retrógrado” de los planetas respecto al firmamento, justamente cuando estos se observan moviéndose en sentido contrario al de las estrellas fijas.[1]

²Leer griego es fácil sabiendo el nombre de las letras. Casi todas suenan como la primera letra latina de su nombre: π suena como la p de pi, λ como la l de lambda, ν como la n de nu.

1.2. Astronomy domine

Si bien Aristarco de Samos (fig. 5) propuso un modelo heliocéntrico en el sIII AEC, este no fue adoptado por el resto de la comunidad filosófica. La obra de Aristarco se perdió casi completamente y se la conoce principalmente por una cita de Arquímedes de Siracusa en su obra “El contador de arena” en la que este intenta estimar la cantidad de granos de arena necesarios para llenar el Universo.³ Nos volveremos a encontrar con Arquímedes en el siguiente TP.

Además del antropocentrismo dominante en la teología de la antigüedad, que persiste hasta hoy, existían

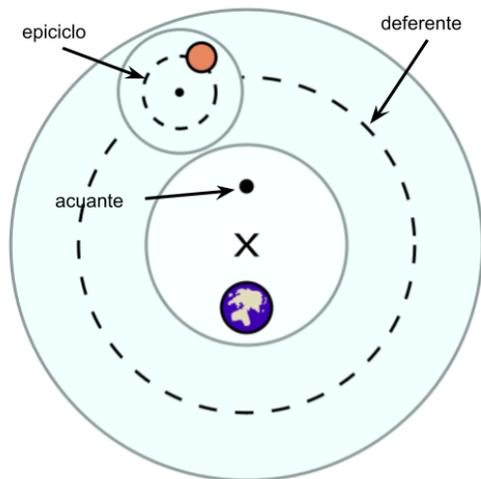


Figura 3: Modelo Ptolemaico del movimiento planetario. Los planetas se mueven en epiciclos circulares en torno de un punto que a su vez describe otro círculo llamado deferente en torno de un punto llamado acyante.

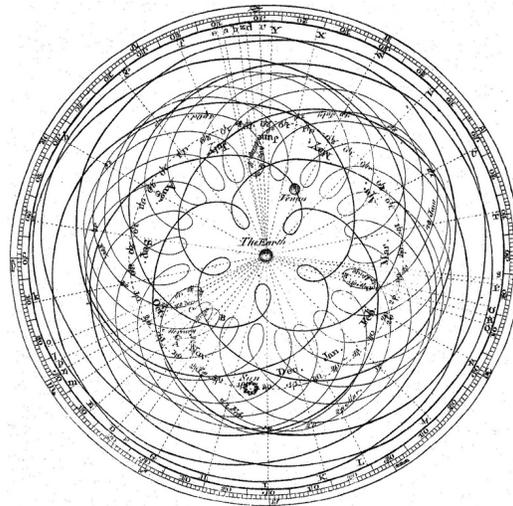


Figura 4: Epiciclos complejos. Movimientos respecto a la Tierra del Sol, Mercurio y Venus según la primera edición de la Enciclopedia Británica (1771)

objeciones de carácter deductivo al modelo heliocéntrico:

- Ausencia de paralaje estelar: si la Tierra se moviera respecto a las estrellas fijas, el paralaje cambiaría de manera distinta respecto a cada una y con él, la forma de las constelaciones. Este argumento parte de suponer que las estrellas fijas se encuentran a una distancia de la Tierra mucho menor de la conocida actualmente. Hoy se sabe que están tan lejos que los cambios de paralaje son imperceptibles.
- Constancia de la luminosidad de Venus: el brillo de Venus visto desde la Tierra es constante. Esto se consideraba una evidencia de que el astro se encuentra siempre a la misma distancia de nosotros. Pero este efecto es causado en realidad por la variación de brillo generado por la luz del Sol reflejada por el planeta (sus fases). Cuando la distancia aumenta, el planeta también refleja más luz y el efecto se compensa.

Así es que el modelo geocéntrico fue ampliamente dominante durante toda la antigüedad, principalmente

³Para lo cual, además de estimar el volumen del Universo, tuvo que inventar una forma de referirse a números muy grandes. La numeración griega de la época llegaba hasta 10000, una “miríada”.

sustentado por el trabajo del griego Ptolomeo publicado en su obra del sII conocida como “Almagesto”, nombre árabe de “*Hè megalè syntaxis*”. En ella Ptolomeo utiliza el concepto de epiciclo⁴ para explicar el movimiento del Sol, la Luna y los planetas, imposible de describir con la teoría de esferas concéntricas. En el modelo de Ptolomeo los planetas, a diferencia de las estrellas, se movían en epiciclos circulares en torno de un punto que a su vez describía un círculo llamado deferente en torno de otro punto llamado ecuante (fig. 3). Esto permitía explicar parcialmente los movimientos retrógrados observados periódicamente en los planetas.

1.3. Set the controls for the heart of the Sun

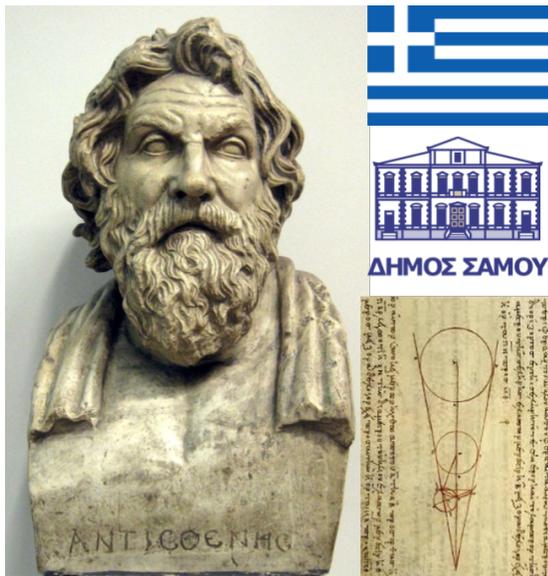


Figura 5: Aristarco de Samos (c. 310 a. C.-c. 230 a. C.) fue un astrónomo y matemático helénico, nacido en la isla de Samos, actual Grecia. Fue la primera persona conocida que propuso el modelo heliocéntrico del Sistema Solar. Realizó la propuesta a partir de su estudio de la distancia hasta y tamaño del Sol (determinó que el Sol era mucho más grande que la Tierra). Su obra se perdió casi completamente y fue conocido principalmente por citas de Arquímedes. Insertos: Bandera actual de Grecia, escudo de la ciudad de Samos y manuscrito de Aristarco con la deducción del tamaño del sol.



Figura 6: Mikołaj Kopernik (1473-1543). Universidad de Cracovia. Astrónomo polaco. Retomó, formalizó y popularizó el modelo heliocéntrico propuesto originalmente por Aristarco de Samos. Se resistió a publicar su teoría hasta el último año de su vida por temor a las repercusiones. La expresión "giro copernicano" refiere a un cambio rotundo de paradigma en algún tema. Insertos: Bandera de Prusia polaca, escudo de la Universidad de Cracovia (*Uniwersytet Jagielloński*) y portada de *De revolutionibus orbium coelestium*.

⁴Propuesto por primera vez por Apolonio de Perga a finales del siglo II AEC.

Con la mejora de las observaciones astronómicas durante la edad media fue necesario ir añadiendo cada vez más epiciclos al modelo geocéntrico para adecuarlo a las medidas (fig. 4). Así es que en 1534 el monje polaco Mikołaj Kopernik (1473-1543, lo llamaremos Copérnico, figura 6) publicó su obra *De revolutionibus orbium coelestium* en la que propuso un modelo heliocéntrico de órbitas circulares que explicaba de manera mucho más simple las observaciones.

En términos modernos, teniendo el Sol el 99,8% de la masa del sistema solar, el centro de masa del sistema se encuentra todo el tiempo entre el centro de la estrella y su superficie. Así, un sistema de referencia fijo respecto al Sol es aproximadamente inercial, simplificando al máximo la descripción de los movimientos planetarios.

1.4. Round and around



Figura 7: Tycho Brahe (1546-1601) Universidad de Rostock. Astrónomo danés, considerado el último gran astrónomo sin telescopio. Realizó observaciones muy precisas de los tránsitos planetarios. A partir de las mismas desarrolló un modelo con el Sol y la Luna girando en torno a la Tierra y los demás planetas respecto al Sol que tuvo bastante adhesión. Heredó sus datos a Kepler que los utilizó para desarrollar sus leyes. **Insertos:** Bandera de Dinamarca, escudo de la Universidad de Rostock (Universität Rostock)) y portada de *Astronomiae instauratae mechanica*.



Figura 8: Johannes Kepler (1571-1630). Universidad de Tübingen. Astrónomo alemán. Desarrolló tres leyes empíricas sobre el movimiento planetario a partir de las observaciones de Brahe. Los datos lo llevaron a abandonar la creencia teológica de que las órbitas sólo podían ser círculos perfectos, lo que se considera una de las primeras y más importantes aplicaciones del método científico de la historia. **Insertos:** Bandera del Sacro imperio romano germánico, escudo de la Universidad de Tübingen (Eberhard Karls Universität Tübingen)) y portada de *Astronomia nova*.

El modelo copernicano, si bien más simple, no ganaba mucha precisión respecto al ptolemaico, principalmente porque conservaba la noción antigua de que las órbitas sólo podían ser círculos perfectos. No

fue hasta el sXVII en el que las detalladas observaciones sobre Marte del danés Tycho Brahe (1546-1601, figura 7) llevaron a su discípulo, el astrónomo alemán Joahannes Kepler (1571-1630, figura 8) a proponer que los planetas describen órbitas elípticas⁵. Para llegar a esta conclusión, Kepler tuvo que renunciar antes a su idea de que las órbitas perfectamente circulares eran la única opción posible en tanto reflejaban la perfección de la creación divina. Si bien varios de los planetas del sistema solar describen órbitas que se pueden aproximar por circunferencias, siendo la órbita de Marte una de las de mayor excentricidad, los datos de Brahe no le dejaron opción a Kepler. Esta renuncia a las creencias preconcebidas en función de la evidencia experimental se considera una de las primeras y más importantes aplicaciones del método científico de la historia.

Kepler publica en 1609 su obra “*Astronomia Nova AITIOΛΟΓΗΤΟΣ seu physica coelestis, tradita commentariis de motibus stellae Martis ex observationibus G.V. Tychonis Brahe*” (Nueva astronomía basada en causas, o Física celeste, tratado a partir de comentarios sobre el movimiento del astro Marte basado en observaciones de G. V. Tycho Brahe) en donde expone sus dos primeras leyes fenomenológicas de movimiento planetario.

2. Leyes de Kepler

2.1. 1ra ley de Kepler: órbitas elípticas

Si bien Kepler concluyó primero lo que conocemos como su segunda ley, es más intuitivo enunciar antes la que describe la forma de las órbitas planetarias.

Luego de convencerse de abandonar las órbitas circulares como regla general, Kepler probó con diferentes curvas para la órbita de Marte, intentando inclusive una órbita ovoide para explicar los datos hasta concluir finalmente “*Demonstratio, quod orbita Martis, ... , fiat perfecta ellipsis*” (Demostración de que la órbita de Marte es una elipse perfecta). Eventualmente generalizaría esta afirmación para el resto de los planetas.

“Cada planeta se mueve en una órbita elíptica, con el Sol en uno de los focos de la elipse”

La figura 9 muestra la geometría de la elipse. La dimensión más larga es el eje mayor, siendo a la mitad de su longitud (semieje mayor). La suma de las distancias de S a P y de S' a P es la misma para todos los puntos de la curva⁶. S y S' son los focos. El Sol está en S , y el planeta está en P , consideramos a ambos como puntos porque su tamaño es muy pequeño en comparación con la distancia entre ellos⁷.

La distancia de cada foco al centro de la elipse es ea , donde e es un número adimensional entre 0 y 1 llamado excentricidad. El caso especial de elipse con $e = 0$ se llama circunferencia coincidiendo los focos en el centro de la misma. En general, las órbitas de los planetas son casi circulares (fig. 11b); sus excentricidades varían entre 0,007 para Venus y 0,206 para Mercurio. (La órbita de la Tierra tiene $e = 0,017$.) El punto de la órbita más cercano al Sol es el perihelio; y el más lejano, el afelio. Para los objetos orbitando la Tierra, se denomina perigeo al punto de la órbita más cercano al centro del planeta y apogeo al más lejano.

⁵Si bien trabajaba bajo la supervisión de Brahe, Kepler tuvo que esperar hasta la muerte de este para acceder a sus anotaciones. Incluso hay quienes atribuyen a Kepler la muerte por envenenamiento del danés.[2]

⁶Justamente la elipse se define como el conjunto de puntos tales que la suma de las distancias a los focos es una constante. De esta manera, se puede dibujar una elipse a mano estirando con un lápiz un hilo flojo fijado en sus extremos como se ve en este video. Esto se conoce como “método del jardinero”.

⁷Ejercicio: si el Sol tuviera un diámetro de 1 cm, ¿a qué distancia estaría de él la Tierra?

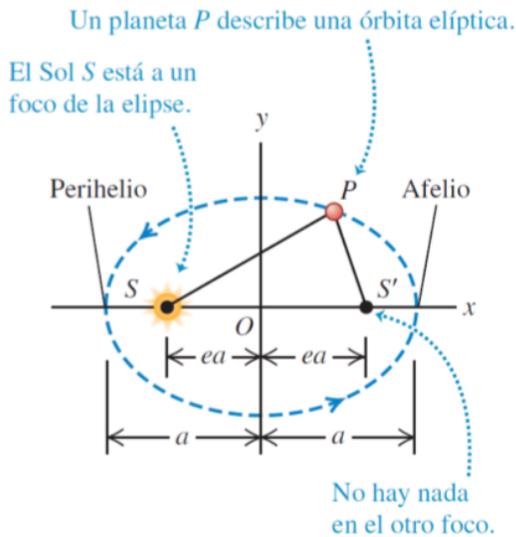


Figura 9: Descripción de una órbita elíptica. Se denotan perihelio, afelio, los focos S y S' , y el semieje a

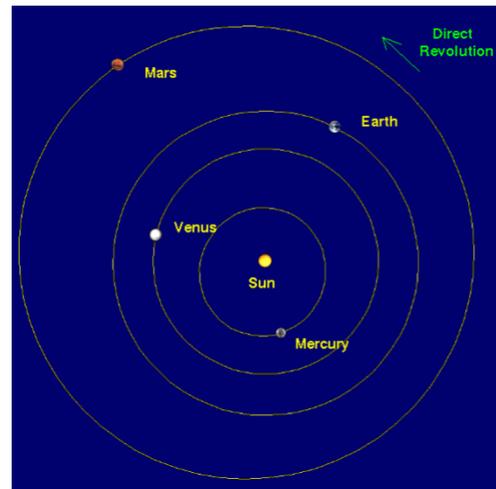


Figura 10: Órbitas de los planetas interiores del sistema solar. La forma y tamaño de las órbitas están a escala respecto a las distancias entre planetas. El tamaño de los planetas está aumentado para hacerlos visibles a esta escala.

2.2. 2da ley de Kepler: ley de las áreas

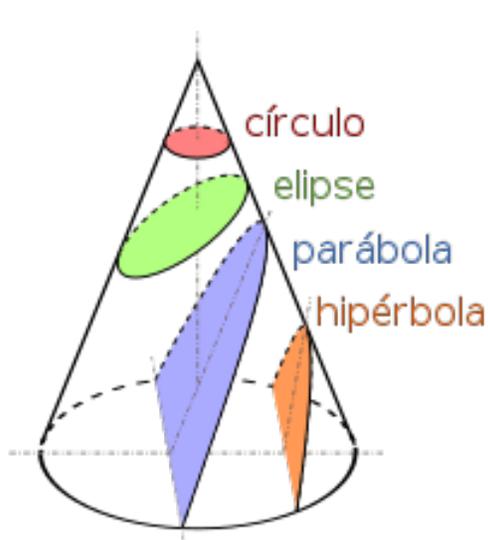
Faltando algunas décadas para que Newton desarrollara su teoría de la gravitación universal a partir de las observaciones de Edmund Halley y Galileo Galilei (y de las leyes de Kepler), la causa del movimiento orbital de los planetas era un tema abierto. En contra de la noción clásica de que eran los planetas los que gobernaban su propio movimiento, Kepler se convenció de que el *anima motrix* que los guiaba en sus órbitas provenía del Sol. Esto estuvo motivado por su observación (inicialmente siempre sobre Marte) de que la velocidad de traslación aumentaba en los tramos de la órbita más cercanos a la estrella. Así, enuncia en *Astronomía Nova* una “ley de distancia”: “*Virtutem quam Planetam movet in circum attenuari cum discessu a fonte.*” (La fuerza que mueve a los planetas en círculos se atenúa con la distancia a la fuente), y una “ley de áreas”: “*Arcum ellipseos, cujus moras metitur area AKN, debere terminari in LK, ut sit AM.*” No tiene sentido reproducir la traducción literal sin el esquema adjunto, pero lo podemos resumir en lo siguiente (fig. 11):

“Una línea del Sol a un planeta dado barre áreas iguales en tiempos iguales”

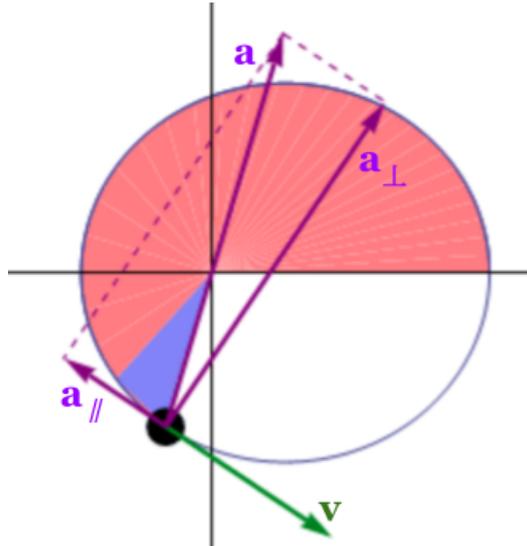
Esta ley implica que el momento angular es constante.

2.3. 3ra ley de Kepler: ley del período orbital

La relación área-tiempo de la segunda ley se cumplía, pero no permitía calcular la posición de los planetas a un determinado tiempo dado que su velocidad era variable, justamente con la posición. Este



(a) **Secciones cónicas.** De la aplicación de las leyes de Newton (dinámicas y de gravitación) a cualquier problema de potencial central donde la fuerza sea proporcional a $1/r^2$, con r la distancia entre la partícula y la fuente de campo, se puede deducir, ecuaciones diferenciales mediante, que las posibles trayectorias de la partícula son secciones cónicas, *i.e.* una de las curvas generadas al cortar un cono con un plano: circunferencia, elipse, parábola o hipérbola. Ver gif animado.



(b) **Esquema de la ley de áreas.** En un dado intervalo de tiempo, el área barrida por el segmento que va desde el centro atractor (foco de la elipse) hasta el objeto que orbita (círculo negro) es siempre la misma. En la imagen, el área barrida en el último intervalo de tiempo (región morada) es igual a las áreas barridas en los intervalos equivalente anteriores (secciones rosadas separadas por líneas). Se denotan además la velocidad v , la aceleración a y sus componentes a_{\parallel} y a_{\perp} , paralela y perpendicular a v respectivamente. Se puede ver una animación de este esquema [clicando acá](#).

Figura 11

problema, llamado “Paradoja de Kepler” fue una de las motivaciones para el desarrollo del cálculo diferencial por Newton y Leibniz.

Mediante prueba y error, una década después de la publicación de *Astronomia Nova*, Kepler publica *Harmonices Mundi* (La armonía del mundo) en donde plantea la relación entre las regularidades espaciales de los movimientos planetarios y las consonancias musicales pitagóricas (la música de las esferas). En esta obra, presenta su tercera ley: “*Sed res est certissima exactissimaque quod proportio qua est inter binorum quorumcunque Planetarum tempora periodica, sit præcise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, ...*” (Entonces es exactamente cierto que la proporción entre los períodos de dos planetas cualesquiera es precisamente la proporción (a la potencia) sesquialterna (3/2) de sus distancias medias (al sol).

“El cuadrado del periodo de un planeta es proporcional al cubo de la longitud del eje mayor de su órbita”

Hoy es posible deducir fácilmente la tercera ley de Kepler para órbitas circulares utilizando las leyes de Newton. Para órbitas elípticas la deducción es un poco más complicada.

Deducción de la 3ra ley de Kepler para órbitas circulares a partir de las leyes de Newton

En 1687 Isaac Newton (1642-1726, Trinity College) publica *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. En esta obra presenta sus leyes dinámicas y la ley de gravitación universal:

“La fuerza gravitatoria entre dos cuerpos es proporcional a la masa de los mismos y decae con el cuadrado de la distancia entre ellos”

Que se matematiza como

$$\mathbf{F}_M = -\mathbf{F}_m = G \frac{mM}{R^2} \hat{\mathbf{R}} \quad (1)$$

en donde M y m son las masas de los cuerpos, R es la distancia entre ellos, G es la constante de gravitación universal y se ha incorporado la ley de acción y reacción al denotar que la fuerza \mathbf{F}_M sobre uno de los cuerpos es igual y opuesta a la fuerza \mathbf{F}_m sobre el otro.

Aclaración: En este texto se denotan con negrita las cantidades vectoriales para diferenciarlas de las escalares. Así, \mathbf{F} es el vector fuerza mientras que F es su módulo. A su vez, se denota como $\hat{\mathbf{F}}$ al versor unitario en la dirección de \mathbf{F} de manera que $\mathbf{F} = F\hat{\mathbf{F}}$ i.e. cualquier vector se puede construir como su versor director multiplicado por su módulo.

En un sistema de referencia inercial, para que un cuerpo tenga una trayectoria circular debe existir una fuerza con componente centrípeta \mathbf{F}_c tal que

$$\mathbf{F}_c = -m\omega^2 \mathbf{R} \quad (2)$$

con m la masa del cuerpo, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ su velocidad angular, T el período de rotación y R el radio de giro. En el caso de una órbita circular, la fuerza central que la genera es puramente centrípeta e igual a la atracción gravitatoria

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = G \frac{mM}{R^2} \quad (3)$$

por lo que podemos eliminar la masa m y reordenar los factores para obtener

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (4)$$

De la ecuación 4 vemos que la relación entre el cubo del radio y el cuadrado del período de una órbita circular depende exclusivamente de la masa M del cuerpo atractor, por lo que será la misma para todos los cuerpos que lo orbiten.

En el caso de órbitas elípticas con semieje mayor a , la relación queda

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2} \quad (5)$$

de donde podemos ver que la aproximación circular es buena para los casos en los que $M \gg m$.

3. Laboratorio

El objetivo es realizar una serie de actividades relacionadas con la tercera ley de Kepler usando información disponible en internet sobre planetas y satélites artificiales.

3.1. Órbitas de los planetas del sistema solar

Buscar información sobre las órbitas planetarias (excentricidad, semiejes, período de revolución) y verificar la Tercera ley de Kepler. Para ello calcular T^2/a^3 , donde T es el período y a es el semieje mayor de la órbita. Representar gráficamente los valores T^2 vs. a^3 . Realizar un ajuste lineal de los datos y reportar los parámetros del ajuste. Poner especial énfasis en la bibliografía y cómo citar la misma⁸.

3.2. Órbitas de los satélites naturales del sistema solar

Repetir el análisis buscando información sobre las órbitas de los satélites de al menos 3 planetas del sistema solar.

3.3. Satélites artificiales geoestacionarios

Diversos sitios de internet brindan información actualizada de varios de los miles de satélites que orbitan alrededor de nuestro planeta. Estos sitios han sido propuestos para realizar actividades didácticas sobre las leyes de Kepler.^[3]

Para verificar la validez de la tercera ley de Kepler usaremos datos satelitales el sitio N2YO.com. Este sitio provee información de más de 19000 satélites ordenados en más de 40 categorías en el menú *Satellites on orbit*: Geoestacionarios, Climáticos, TV, Educación, Militares, GPS, entre otras. Seleccionando *Geostationary*, por ejemplo, aparece la lista de los más de 900 satélites con sus períodos de revolución (del orden de 1436,1 minutos para la mayoría). Los datos particulares correspondiente a cada uno de ellos se obtienen seleccionando *Track it* en la columna *Action*. Otra categoría, *Radar Calibration*, informa sobre satélites con períodos del orden de 100 minutos (por ejemplo, TEMPSAT1, lanzado el 13/8/1965, circunvala la Tierra en 108 min, a una altura de unos 1100 km). El carácter elíptico o circular de su órbita queda determinado conociendo el perigeo y apogeo. Eligiendo por ejemplo la opción *GPS satellites* aparece un listado de todos los satélites GPS⁹ que están por encima de 20° sobre el horizonte de la posición real del usuario. Pulsando sobre el nombre del satélite aparecen datos permanentes del mismo (categoría, identificadores, perigeo, apogeo, período, semieje mayor, fecha de puesta en servicio, historia, etc.), además de un mapa indicando su posición respecto a la superficie de la Tierra y una tabla con datos instantáneos del satélite (latitud, longitud, altitud y velocidad). Siguiendo el link “*Track [NOMBRE DEL SATÉLITE] now!*” se accede a

⁸Para esto recomendamos utilizar google scholar (o académico) que permite exportar la cita de cada artículo encontrado en varios formatos.

⁹El GPS (*Global Positioning System*: sistema de posicionamiento global) o NAVSTAR-GPS es un sistema global de navegación por satélite (GNSS) que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona o un vehículo con una precisión hasta de centímetros (si se utiliza GPS diferencial), aunque lo habitual son unos pocos metros de precisión. El sistema fue desarrollado, instalado y actualmente operado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos. El GPS funciona mediante una red de 24 satélites en órbita sobre el globo, a 20180 km, con trayectorias sincronizadas para cubrir toda la superficie de la Tierra.

un mapa más detallado con alguna información adicional del satélite como también la posición geográfica del observador. Como datos del observador aparecen: latitud, longitud¹⁰ y declinación magnética, además de la dirección IP de la PC usada para conectarse.

De un análisis detallado de los diferentes tipos de satélites registrados en este sitio se observa que la mayoría de los satélites que orbitan alrededor de la Tierra pertenecen a alguno de los siguientes tres tipos: órbitas bajas, como el TEMPSAT1 o el mismo telescopio espacial Hubble (HST, $T = 1,5$ h), GPS ($T = 12$ h) y geoestacionarios ($T = 24$ h). Otro tipos de satélite como CXO e IBEX se pueden encontrar en la categoría *Space and Earth Science*. Un satélite de este grupo, SPEKTR-R, que orbita en alrededor de 9 días, tiene su órbita perturbada por la presencia de la Luna y se aparta entonces de la elipse esperada.

La actividad propuesta consiste en:

1. Seleccionar al menos 10 satélites de 3 tipos diferentes y realizar un análisis similar al realizado en la actividad 1 para verificar la Tercera Ley de Kepler calculando T^2/a^3 , donde a es el semieje mayor de la órbita que se calcula tomando para el radio de la Tierra el valor $R_T = 6,371 \times 10^6$ m.
2. Realizar el análisis estadístico de los resultados (promedios, desvíos estándar, etc.) agrupándolos por tipo de satélite.
3. Determinar si el cociente calculado resulta independiente de la órbita.
4. Finalmente, representar gráficamente T^2 vs a^3 , realizar un ajuste lineal de los datos y reportar los parámetros del ajuste.

3.4. Satélites artificiales de órbita elíptica

Muchos de los satélites precedentes tienen órbitas circulares. Hay otros cuya excentricidad es importante. Por ejemplo, el TEAMSAT de la categoría *Engineering* tiene perigeo de 580 km y apogeo de 26590,6 km, con un período de 467,6 minutos.

Seleccionar entre 3 y 5 satélites con órbitas de gran excentricidad, registrar los datos pertinentes (perigeo, apogeo y período), determinar la excentricidad de cada órbita y verificar que se satisface la tercera ley de Kepler.

3.5. Cálculo de la constante de gravitación universal

A partir de los resultados obtenidos en las actividades 3.1, 3.2 y 3.3 y de los valores de las masas de los diferentes cuerpos atractores, realizar un ajuste lineal que permita determinar la constante de gravitación universal partiendo del modelo gravitatorio asumiendo órbitas circulares.

¹⁰Pueden consultar sus coordenadas geográficas en google maps o mediante el gps de su teléfono con la aplicación Phisycs Toolbox.

Referencias

- [1] Aurelio Perez-Jimenez et al. Fundamentos de la astronomía en grecia. 2009.
- [2] Joshua Gilder and Anne-Lee Gilder. *Heavenly Intrigue: Johannes Kepler, Tycho Brahe, And The Murder Behind One Of History's Greatestscientific Discoveries*. Anchor books, 2005.
- [3] John J Lynch. Kepler's third law activity using the nasa j-sat website to collect data. *The Physics Teacher*, 44(3):191–191, 2006.