

8 Fluidos

Hemos estudiado dentro de los sistemas de partículas el cuerpo rígido que debido a las fuerzas entre átomos o moléculas muy intensas no se permitía más que traslaciones como un todo o rotaciones alrededor de un eje. Ahora estudiaremos los fluidos otro sistema de partículas donde dichas fuerzas son menos intensas y a pesar de que las partículas no pueden acercarse, porque consideraremos fluidos incompresibles (líquidos), estos adoptan la forma del recipiente que los contienen. Además no podremos aplicar fuerzas concentradas en un punto, si intentas meter un dedo en el agua este pasa de largo, sino distribuidas en una superficie y mediante lo que se llama un émbolo o pistón. De esta manera no podemos poner en rotación un líquido aplicando una fuerza puntual como sucedía en el cuerpo rígido. De esta manera será importante introducir el concepto de presión. También las fuerzas de cohesión en la superficie de un líquido y de contacto con el recipiente que lo contiene generarn un efecto llamado tensión superficial.

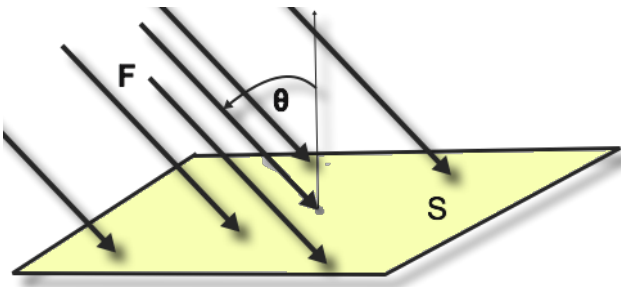
En primera instancia haremos la suposición de que tratamos con un fluido ideal en reposo que cumple:

- No existe movimiento de ninguna porción del líquido (Hidrostática)
- Es incompresible y así la densidad (masa por unidad de volumen) será constante
- No presenta fuerzas de roce internas ni con el recipiente que lo contiene, o sea es no viscoso

8.1 Presión

Cuando se aplica una fuerza \mathbf{F} de intensidad constante F y formando un ángulo θ con la normal a la superficie, que está distribuida uniformemente sobre una superficie de tamaño S hablamos de presión como el cociente entre la componente normal de la fuerza y S

$$p = \frac{F \cos \theta}{S}$$



Como en el caso de los fluidos ideales no tenemos roce entonces no habrá componente tangencial de la fuerza, suponiendo a la superficie en cualquier posición u orientación dentro del fluido o coincidiendo con la paredes del recipiente. Así que cuando se aplique una fuerza distribuida en una superficie sobre un fluido o cuando este ejerza una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene o sobre cualquier objeto sumergido en él, será normal y así la presión valdrá

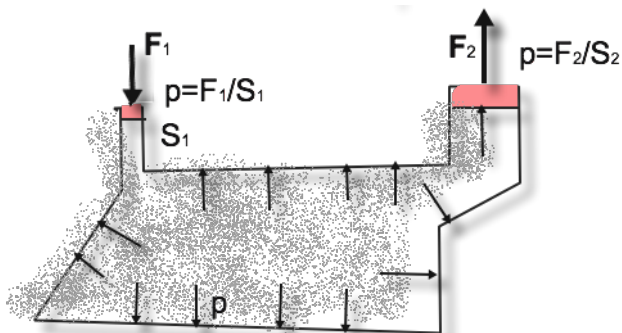
$$p = \frac{F}{S},$$

notemos que la presión así definida es un escalar y que sus unidades son de fuerza sobre superficie teniendo $\frac{\text{Newton}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \equiv \text{Pascal} \equiv \text{Pa}$, $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}, \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$, también suele usarse la atmosfera que es la presión que ejerce una

columna de aire de 1cm^2 de sección y de altura hasta que termina nuestra atmósfera y que vale $1\text{atm} = 1.033 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$. Vivimos sometidos a dicha presión que puede variar según el contenido de humedad del aire, la altura a la que estemos y la temperatura pues el aire no tiene densidad constante y está lejos de ser un fluido ideal. Sabiendo que $1\text{Kg} = 9.8\text{N}$ y $1\text{m} = 100\text{cm}$ podemos hacer las conversiones pertinentes.

8.2 Principio de Pascal

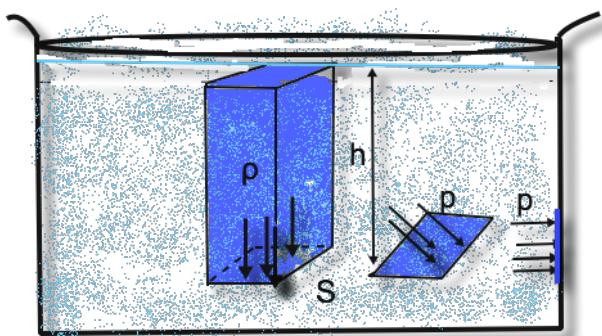
Como los fluidos no pueden transmitir fuerzas sino presiones y se consideran incompresibles, si uno aplica una presión a una superficie en un punto del fluido esta se transmitirá en todas direcciones con la misma intensidad, esta propiedad se denomina principio de Pascal en honor a Blas Pascal quien la enunció.



Este principio tiene muchas aplicaciones ya que como por ejemplo en la figura se cumple que $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ podemos despejar $F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$ donde vemos que la fuerza queda multiplicada por un factor que depende del cociente de las superficies. Esto se utiliza en los crickets hidráulicos (para levantar autos), frenos de un auto y prensas hidráulicas.

8.3 Teorema general de la hidrostática

Este principio nos permite calcular la presión que existe en un punto dentro del seno de un líquido de densidad ρ a una profundidad h . La misma se calculará sobre una superficie horizontal determinando el peso de una columna líquida de altura h . Sin embargo será la presión que ejerza el líquido sobre una superficie orientada de cualquier manera en dicha profundidad en virtud del principio de Pascal.



La presión en un punto en h debajo de la superficie libre del líquido será el peso de una columna líquida de densidad ρ , de altura h y base S dividido la superficie S

$$p = \frac{\text{peso}}{S} = \frac{\rho g h \cancel{S}}{\cancel{S}} = \rho g h,$$

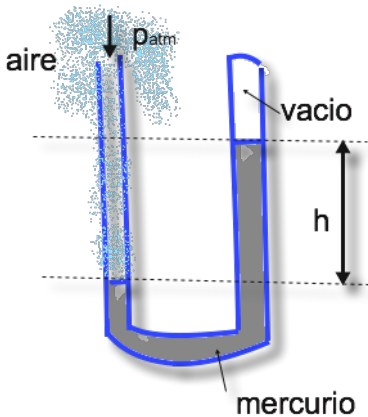
donde deberemos sumar la presión atmosférica si el tanque está con aire adentro porque está conectado a la atmósfera o no si esta al vacío, así la presión hidrostática (el liquido está en reposo) podrá calcularse en general como

$$p(h) = p_{atm} + \rho gh$$

- Esta presión se siente en todo punto a dicha profundidad y en todas direcciones
- Sería la presión que se ejerce sobre nuestro cuerpo cuando no metemos en una pileta
- Se ejerce perpendicularmente a cualquier superficie colocada a dicha profundidad en virtud de que el fluido es no viscoso

Ejemplo

Determinar que altura tendrá una columna de mercurio metida dentro de un tubo en U que tiene uno de los extremos abiertos a la atmósfera. Supongamos que primero llenamos el tubo con mercurio por el extremo abierto de manera de expulsar el aire entre el mercurio y el otro extremo.



tendremos ya que el mercurio en la columna h está en equilibrio, que la sumatoria de fuerzas externas debe ser cero o sea

$$\begin{aligned} -P_{mercurio} + p_{atm}S &= 0 \\ -hS\rho_{mercurio}g + p_{atm}S &= 0 \\ h &= \frac{p_{atm}}{\rho_{mercurio}g} = \frac{1033 \vec{g} / cm^2}{13.6 \vec{g} / cm^3} = 76cm \end{aligned}$$

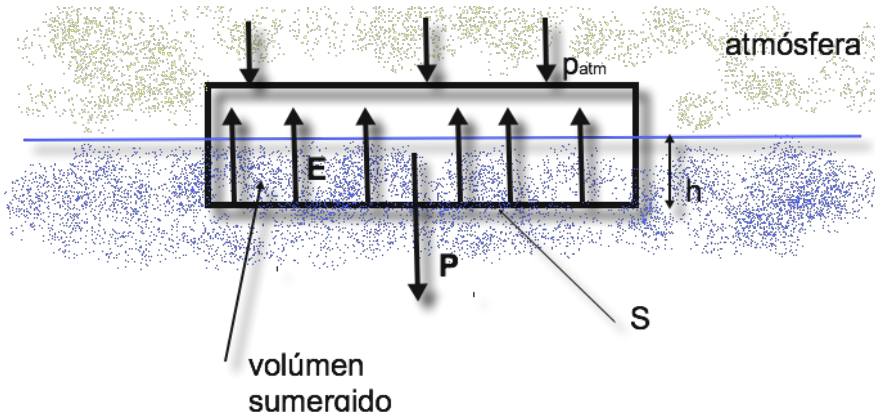
notemos que se usa mercurio para armar un barómetro ya que su peso específico $\rho_{mercurio}g = 13.6 \vec{g} / cm^3$ es 13.6 veces mayor que el del agua y para fabricar un barómetro con agua tendríamos una columna vertical de 10.33m que no sería muy práctico. Notemos además que el mercurio que esta por debajo de la columna de altura h se equilibra en ambos lados y solamente lo que hace es transmitir la presión atmosférica.

8.4 Principio de Arquimedes

Dice la historia que un rey mandó a hacer una corona de oro. Sin embargo, como no habia demasiada confianza en el orfebre, el rey pidió Arquimedes que era científico de la corte nacido en Siracusa Italia en el 288 AC , que

le dijera si realmente el oro dado al orfebre habia sido usado en su totalidad para hacer la corona o el picaro habia mezclado el oro con plata que era mas barata quedandose con la diferencia. Investigando esto Arquimedes descubrio la flotación de los cuerpos. También se dice que Arquimedes experimentaba mientras se bañaba en una tina y que cuando descubrio su principio salio corriendo desnudo a la calle gritando Eureka!

El principio en realidad se basa en el teorema general de la hidrostática y dice que todo cuerpo sumergido parcial o totalmente en el seno de un líquido recibe un empuje de abajo hacia arriba igual en intensidad al peso de una cantidad de líquido de volumen igual al volumen sumergido del cuerpo. Eligiémos para demostrarlo un cuerpo de forma sencilla pero lo hecho será válido en general.



El empuje vertical que recibe el cuerpo se debe a la diferencia de presión entre la parte superior y los puntos sumergidos en la base, ya que las fuerzas laterales se equilibran, y así tendremos suponiendo que la base del cuerpo tiene área S y está sumergido una cantidad h

$$\begin{aligned}
 E &= (p_{atm} + \rho_{liquido}gh) \times S - p_{atm}S \\
 &= \rho_{liquido}g \underbrace{h \times S}_{V_s} = \rho_{liquido}gV_s = P_{liq}. \\
 E &= \rho_{liquido}gV_s
 \end{aligned}$$

Ahora de acuerdo a como sea este empuje respecto al peso del cuerpo, este flotará o estará en reposo, se hundirá o ascenderá

$$\begin{aligned}
 E = P &\Rightarrow \rho_{liquido}gV_s = \rho_{cuerpo}gV_{cuerpo} \\
 V_s &= \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} V_{cuerpo} \Rightarrow \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = \frac{V_s}{V_{cuerpo}}
 \end{aligned}$$

como el volumen sumergido no puede ser mayor que el del mismo cuerpo cuando el cuerpo queda totalmente sumergido pero flota a media agua se cumple $\frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} = 1$ y entonces dependiendo del valor relativo de las densidades el cuerpo flotará asomando algo o quedara en equilibrio totalmente sumergido como lo haria un submarino. Para que el cuerpo se hunda debe cumplirse

$$E < P \Rightarrow \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{liquido}} > 1$$

y finalmente si $E > P \Rightarrow \rho_{liquido}gV_s > \rho_{cuerpo}gV_{cuerpo} \Rightarrow \rho_{liquido} > \frac{V_{cuerpo}}{V_s} \rho_{cuerpo} > \rho_{cuerpo}$. Resumiendo

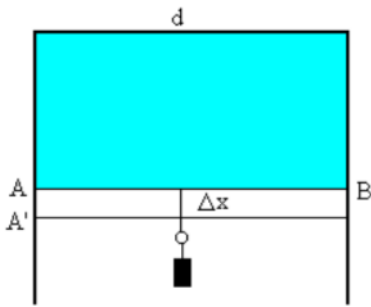
$$\frac{\rho_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{liquido}}} = \frac{V_s}{V_{\text{cuerpo}}} < 1 \text{ flota, } \frac{\rho_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{liquido}}} = 1 \text{ flota media agua}$$

$$\frac{\rho_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{liquido}}} > 1, \text{ se hunde}$$

$$\frac{\rho_{\text{cuerpo}}}{\rho_{\text{liquido}}} < 1, \text{ asciende}$$

8.5 Tensión superficial

Existen superficies de discontinuidad entre un líquido y la atmósfera o un líquido y las paredes del recipiente que lo contiene. Las fuerzas entre las moléculas de un líquido con otras del líquido no será la misma que las del líquido con las moléculas de aire o con las del recipiente y es por esto que aparece una fuerza hacia el interior del líquido que se manifiesta con la llamada tensión superficial, que se expresará como el cociente entre la fuerza que aparece y la longitud del borde donde aparece. Se puede determinar el coeficiente de tensión superficial o tensión superficial γ , el cual se define como energía potencial por unidad de área, calculando el trabajo necesario en estirar una película líquida (con un dispositivo como el de la figura) por unidad de área



$$F\Delta x = \Delta U = \gamma\Delta S, \Delta S = 2d\Delta x$$

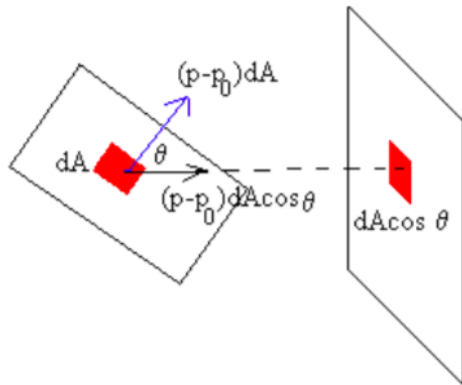
$$\gamma = \frac{F}{2d}$$

donde el factor 2 se agrega porque tenemos dos caras de superficie del fluido. Fijémonos que la tensión superficial se mide en N/m o $Joule/m^2$. Depende de la sustancia líquida y la temperatura. Por ejemplo a $20^\circ C$

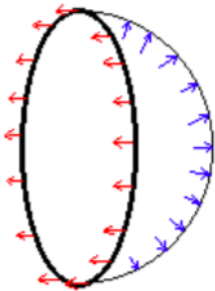
Líquido	$\gamma(10^{-3} N/m)$
Aceite de oliva	33.06
Agua	72.8
Alcohol etílico	22.8
Benceno	29.0
Glicerina	59.4
Petróleo	26.0

8.5.1 Burbujas y Gotas

Veamos que por efecto de la tensión superficial y la curvatura dentro de una burbuja o gota en equilibrio hay mayor presión adentro que afuera. Sabemos que en un fluido ideal las fuerzas de presión son perpendiculares a la superficie del fluido y entonces si tomamos una porción de área dA de la superficie curva de la burbuja o gota tendremos



una fuerza debida a la supuesta diferencia de presión $(p - p_0)dA$ donde p, p_0 son las presiones interior y exterior respectivamente. La componente x hacia la derecha de dicha fuerza es $(p - p_0)dA \cos \theta$ donde θ es el ángulo que forma la normal a la superficie con el eje X. Ahora $dA' = dA \cos \theta$ es la proyección del área sobre un plano perpendicular al eje X y si sumamos sobre todo el semicasquete esférico derecho nos da el área que proyecta una burbuja que es una circunferencia de radio R , el radio de la burbuja, así que la fuerza horizontal total hacia la derecha será $F = (p - p_0)\pi R^2$ pues las presiones no cambian con la posición. Dicha fuerza hacia la derecha la equilibra la tensión superficial entre el casquete izquierdo y derecho



que vale $2\gamma 2\pi R$ pues tenemos una cara interna y otra externa en la burbuja casi del mismo radio R y el perímetro sobre la que actúa la fuerza de cohesión es $2\pi R$, así finalmente

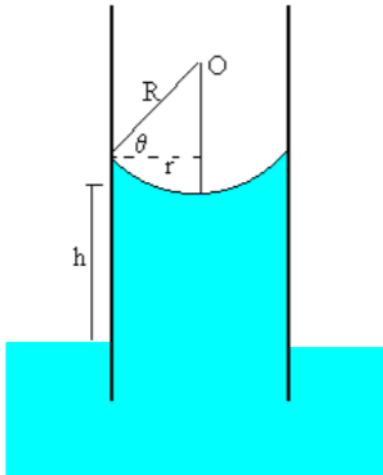
$$(p - p_0)\pi R^2 = 2\gamma 2\pi R$$

$$p - p_0 = \frac{4\gamma}{R},$$

que nos muestra que la presión interior es mayor.

8.5.2 Capilaridad

Si se coloca un capilar verticalmente en un recipiente de líquido que moje (que el líquido se adhiera al recipiente), el líquido asciende por el capilar, hasta alcanzar determinada altura. Si el líquido no moja, el nivel de líquido en el capilar es menor que en el recipiente



Debido a la curvatura de una superficie se produce una sobrepresión en su interior, que ya hemos estudiado antes, la superficie del menisco en el capilar se puede considerar como un casquete esférico de radio R . La relación entre el radio del capilar r , el radio del menisco R y el ángulo de contacto θ , es $r=R\cos\theta$. Debido a la curvatura de la superficie habrá una sobrepresión hacia el centro del menisco, que de acuerdo con lo visto antes (pero para una superficie de una cara), valdrá

$$p - p_0 = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma\cos\theta}{r},$$

y por efecto de esta sobrepresión, el líquido asciende una altura h y como está en equilibrio esa sobrepresión debe ser igual a la hidrostática que genera la columna líquida

$$p - p_0 = \rho gh = \frac{2\gamma\cos\theta}{r}$$

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{r\rho g}$$

que depende del ángulo de contacto entre el líquido y el vidrio θ .