

Física I - Cibex Año 2022

Trabajo Práctico 1

Ejercicios obligatorios

1. Para el sistema de ejes coordenados y los vectores representados en la Figura 1, indicar qué vector o vectores a) tienen componente x distinta de cero; b) tienen componente x negativa; c) tienen componente y cero; d) tienen componente x positiva y componente y negativa. e) Indicar cuál de los vectores representados es el de mayor módulo. f) ¿Tiene sentido afirmar que un vector es positivo o negativo?

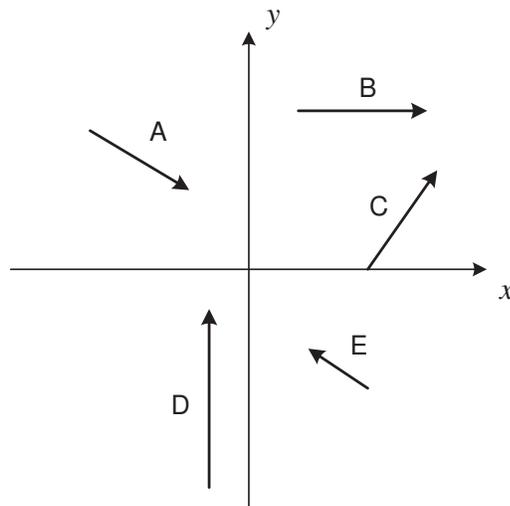
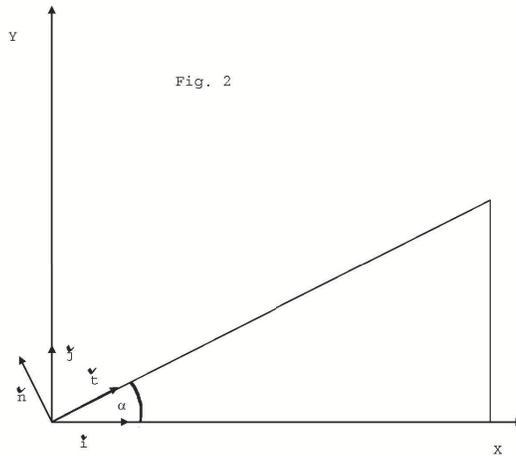


Fig. 1

2. Dado un sistema de dos ejes cartesianos, calcular las componentes y el módulo de un vector cuyo origen está en el punto $(1, 2)$ y su extremo en el punto $(-3, 0)$. Graficar este vector y escribirlo en forma canónica.
3. Representar un vector \vec{V} que tenga componentes x e y de igual valor absoluto pero signos opuestos, siendo V_x positiva y V_y negativa. ¿Cuánto vale el cociente V_y/V_x ? Notación: para una magnitud vectorial \vec{V} denotaremos $V \equiv |\vec{V}|$.
4. Un punto del plano se localiza a una distancia $r = 4m$ del origen de coordenadas y formando un ángulo $\theta = 60^\circ$ con el eje positivo de las x . Determinar sus coordenadas cartesianas.
5. Dos puntos en el plano xy tienen, en cierto sistema de ejes cartesianos, coordenadas canónicas $(2, 4)m$ y $(-3, 3)m$. a) Determinar la distancia de cada punto con el origen de coordenadas. b) Calcular la distancia entre los puntos.
6. Considere un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ con la horizontal. Definamos un sistema cartesiano de coordenadas caracterizado por versores \hat{i} y \hat{j} , como muestra la figura 2. a) Encuentre las componentes de los versores \hat{n} , normal al plano inclinado, y \hat{t} , paralelo al mismo, en el sistema caracterizado por \hat{i} y \hat{j} . Observe que los versores \hat{t} y \hat{n} definen un nuevo sistema de coordenadas cartesianas, con ejes rotados respecto a los del sistema anterior. b) Definamos el vector $\vec{A} = 3\hat{n} + 2\hat{t}$. Escriba el vector \vec{A} como combinación lineal de \hat{i} y \hat{j} , esto es, encuentre a y b tales que $\vec{A} = a\hat{i} + b\hat{j}$. Observe que, para un mismo vector, sus componentes cambian al elegir distintos sistemas de coordenadas c) calcule ahora las componentes del vector $\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ en el sistema caracterizado por \hat{t} y \hat{n} .
7. Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ y $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j}$: a) Usando la regla del paralelogramo, representar el vector suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ y el vector $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$. b) Calcular las componentes cartesianas del versor \hat{C} y del versor \hat{D} . c) ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas y polares que caracterizan al extremo de \vec{C} ? Comparar estas últimas con el módulo y los ángulos directores de \vec{C} .



8. Para cada uno de los siguientes casos calcular $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + 2\vec{B}$ y $|\vec{A} - \vec{B}|$. Representar gráficamente: a) $\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{B} = -\vec{i} + \vec{j}$; b) $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{B} = \frac{1}{2}\vec{i} - 2\vec{j}$; c) $\vec{A} = \vec{i}$, $\vec{B} = -\vec{j}$.
9. Calcular las componentes B_x y B_y de un vector \vec{B} que tenga módulo 4 y sea paralelo al vector $\vec{A} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. ¿Qué ángulo forman los vectores \vec{A} y \vec{B} con el eje x ?
10. El *producto escalar* de dos vectores \vec{A} y \vec{B} se denota $C = \vec{A} \cdot \vec{B}$. a) ¿Puede asignársele una dirección a C ? b) ¿Puede ocurrir que sea $C = 0$ aun siendo A y B diferentes de cero? c) Si se deja \vec{A} fijo y se varían la dirección y el sentido de \vec{B} , para qué dirección y sentidos de \vec{B} se obtiene un valor máximo y un valor mínimo del producto escalar C ?
11. Dados los vectores $\vec{V}_1 = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{V}_3 = -3\vec{i} + 4\vec{j}$: a) Calcular $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$, $\vec{V}_1 - |\vec{V}_3|\vec{V}_2$, $\vec{k} \cdot \vec{V}_2/V_3$. b) Determinar el ángulo formado entre los vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 y el ángulo formado entre \vec{V}_1 y el eje y . c) Hallar a tal que el vector $-\vec{i} + a\vec{j} + \vec{k}$ sea ortogonal a \vec{V}_1 .
12. El *producto vectorial* de dos vectores \vec{A} y \vec{B} se denota $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$. a) Si \vec{A} y \vec{B} están en el plano de la hoja, ¿qué dirección(es) y sentido(s) puede tener \vec{C} ? b) Si se deja \vec{A} fijo y se varía la dirección y el sentido de \vec{B} , para qué dirección(es) y sentido(s) de \vec{B} se obtiene un valor máximo y un valor mínimo de $|\vec{C}|$? c) Calcule, realizando el producto vectorial, el área del paralelogramo que definen los vectores \vec{A} y \vec{B} del ejercicio 7.

Ejercicios opcionales

- Si los vectores \vec{A} y \vec{B} tienen módulos de 10 y 15 unidades respectivamente y el vector resultante de sumarlos tiene módulo 20 unidades, ¿cuál es el ángulo que forman \vec{A} y \vec{B} ?
- a) Dados los vectores \vec{V}_i , $i = 1, 2, 3$ del ejercicio 11, calcular $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \times \vec{V}_3)$, $2\vec{V}_1 \times \vec{V}_3$ y $\vec{V}_1 \times \vec{j}$. b) Verificar que $\vec{V}_1 \times \lambda \vec{V}_1 = 0$ para cualquier λ real. c) Probar que los vectores $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ y $\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ son perpendiculares. d) ¿Podría haberse anticipado el resultado $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \times \vec{V}_3) = 0$?
- Dados los vectores $\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ y $\vec{C} = \vec{j} - 3\vec{k}$, verificar, usando la expresión del producto escalar en términos de componentes, que: a) $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$; b) $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$; c) $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 + 2(\vec{A} \cdot \vec{B})$.

Ayuda memoria: Identidades Trigonometricas

$$\csc x = \frac{1}{\sen x}$$

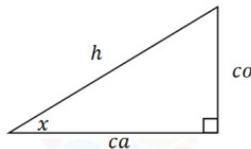
$$\csc x * \sen x = 1$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\sec x * \cos x = 1$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\cot x * \tan x = 1$$



$$\sen x = \frac{co}{h} \quad \cos x = \frac{ca}{h}$$

$$co = h * \sen x \quad ca = h * \cos x$$

$$\tan x = \frac{co}{ca} \quad \cot x = \frac{ca}{co}$$

$$\tan x = \frac{h * \sen x}{h * \cos x} \quad \cot x = \frac{h * \cos x}{h * \sen x}$$

$$\tan x = \frac{\sen x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sen x}$$

$$1 = \sen^2 x + \cos^2 x$$

$$\frac{1}{\sen^2 x} = \frac{\sen^2 x}{\sen^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sen^2 x}$$

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sen^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$$