Física Experimental I

Hernan Wahlberg
wahlberg@fisica.unlp.edu.ar

EDUCACIÓN PÚBLICA Y GRATUITA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Facultad de Ciencias Exactas | UNLP

Comisión 2 - Primer Semestre 2025

Docentes y Horarios

Docentes del curso:

- Profesor: Hernan Wahlberg
- J.T.P.: Alan Boette
- Auxiliares: Juan Ignacio Iribarren, Natalí Guisande, Jhon Melo, Hugo Aita, Jean Yves Beaucamp

Pañol LEF: Horacio Belo - Cristian Micelli - Leandro Jofré - Maximiliano Ronconi

Horarios del curso:

- Lunes de 12:00 hs a 15:00 hs.
- Miércoles de 10:00 hs a 14:00 hs.

Aulas virtuales

Cada comisión desarrollará sus cursos desde un aula virtual en la plataforma de la facultad:

https://educacion.quimica.unlp.edu.ar/course/index.php.

Para acceder al curso de su comisión cada alumna/o deberá:

1) Acceder a la plataforma.

2) Según el caso, verificar que se encuentra en la lista de participantes del aula del turno de Física Experimental I que le fue asignado o bien matricularse en el aula del turno elegido.

3) Para C2: https://educacion.quimica.unlp.edu.ar/course/view.php?id=1796

La Materia

Laboratorio de Física Experimental: Técnicas de laboratorio, diseño, montaje y ejecución de experimentos de mecánica clásica.

Laboratorio de Datos: Mediciones, análisis de datos, tratamiento de intercetezas, análisis estadístico, representación gráfica de mediciones. Ciencia de datos es aprender a hacerle preguntas a los datos y obtener respuestas!

Objetivos Principales:

1. Aprender y formar una estructura de pensamiento científico, crítico y original.
2. Planificar y realizar un experimento.
3. Aprender a adquirir, procesar y analizar datos (y las herramientas para hacerlo).
4. Relacionar contenido teórico y práctico. Integrar conocimientos.
5. Trabajar en equipo.
6. Adquirir buenos hábitos en el trabajo de laboratorio y prácticas seguras.
7. Transmitir y comunicar resultados científicos (escrito y oral).

La Materia

Condiciones de aprobación de la materia:

- Participar de todos los experimentos que se realicen a lo largo del cuatrimestre.
- Cumplir con el mínimo de asistencias (del 80% del total).
- Aprobación de los informes de laboratorio.
- Cuaderno de laboratorio completo.
- Aprobación de parciales teórico/práctico.
- Presentación de una charla e informe de un tema experimental desarrollado al final del cuatrimestre.
- Concepto del trabajo en clase durante el cuatrimestre!
- Aprobar exámen final (oral) con posibilidad de rendir coloquio ni bien se termina la cursada.

Medidas de Seguridad en el Laboratorio

Si bien en los experimentos que se realizan en esta materias no se manejan elementos tóxicos, corrosivos, radiactivos, inflamables o altas tensiones, es una buena oportunidad para que se comience a **aplicar normas básicas de seguridad y buenas prácticas de trabajo**:

- Cada equipo de trabajo es responsable del material que se le asigne. En caso de daño, deberá informar del mismo.
- Antes de empezar con el procedimiento experimental o utilizar algún aparato revisar todo el material y su manual de funcionamiento.
- El área de trabajo debe estar limpia y ordenada. No debe colocarse libros, abrigos o bolsas sobre los espacios de trabajo. Se deberá verificar que la mesa de trabajo esté en condiciones al comenzar y al terminar el trabajo realizado.
- Los alumnos deben estar familiarizados con los elementos de seguridad disponibles, salidas, extintores, duchas, lavaojos.

Modalidad de Trabajo

- Trabajo en grupo (siempre los mismos grupos a definir recién en la clase 4).
- Se les entrega al comienzo de la clase una consigna e instrumentos para llevar a cabo un experimento.
- El grupo discute y decide cómo llevar adelante lo que se pide y formula hipótesis sobre lo que va a observar/medir.
- Miden → observan → registran → analizan → discuten → vuelven a medir.
- Sacan conclusiones.
- Presentan ante sus pares los resultados. Comparan con resultados de otros grupos. Se discute sobre los errores, aciertos y las formas de mejorar el experimento.
- Se presenta un informe de laboratorio.

Bibliografía

- G. Punte - Apuntes de Física Experimental 1: Es la base de lo que se enseña en esta materia.
- D. C. Baird - Experimentación: En resumen introductorio de lo que es el trabajo experimental y de laboratorio.
- J. G. Roederer - Mecánica Elemental: Un buen libro de Mecánica, en particular para esta materia el Capítulo 1!
- R. J. Barlow - A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences: Orientado a un curso de grado para un segundo o tercer año de carrera. Por ahora como una primera referencia sobre probabilidad, estadística y análisis de datos (son necesarios algunos conocimientos de análisis matemático y álgebra).
- S.Gil - Física re-Creativa y Experimentos de Física de bajo costo usando TIC: Libros y páginas de referencia para los trabajos finales de la materia.

Sugerencias Python

Durante la materia la idea es aportar sugerencias para quienes comienzan su camino en el uso básico de herramientas computacionales y programación para la resolución de problemas, estudio de funciones y análisis de datos. Si bien recomendamos C++ como un lenguaje de programación que permite un aprendizaje de nivel más formal en cuanto a programación, pensamos que Python puede ser algo más flexible y directo de usar en esta primera etapa de su carrera.

La idea es ir compartiendo algunos ejemplos de código (para que descarguen) que nos parecen les pueden servir como ejemplo elemental de las capacidades de Python para realizar distintas operaciones de análisis de datos de utilidad para la materia.

Recomendamos opcionalmente Visual Studio Code como editor de código fuente y para ejecutar localmente en su computadoras los scripts subidos durante el curso de la materia. Sugerimos también como tutoriales generales como el Oficial de los desarrolladores o los de w3schools o codecademy.

Los programas compartidos incluyen las siguientes herramientas:

- SciPy: Python-based ecosystem of open-source software for mathematics, science, and engineering
- Matplotlib: Visualization with Python
- NumPy: Numerical computing with Python
- SymPy: Python library for symbolic mathematics

Durante el transcurso de la materia iremos compartiendo ejemplos para que ejecuten directamente en https://colab.research.google.com

Tutorias


2025
Espacio Pedagógico
Facultad de Ciencias EXACTAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
Programa de tutorías de primera etapa
Te esperamos de lunes a viernes en los siguientes horarios:
Lunes y viernes de 11:30 a 13 hs
Miércoles de 8 a 10 y de 11:30 a 17hs
Martes y jueves de 18 a 19:30 hs
AULA NR- 1er piso
EDICIFIO ABUELAS
¡Te esperamos!
tutorias.fce.unlp@gmail.com

CLASE 1

¿Preguntas y respuestas?

- ¿La tierra es plana o redonda?
- ¿Si dejo de aplicar fuerza a un cuerpo en movimiento, este se detiene?
- ¿Si se deja caer simultáneamente un kilogramo de pluma y uno de plomo desde una misma altura de una torre, cuál cae primero?

¿Cuál es el Método de la Física?

Método de la Física → Método Científico

Método de Científico:

1. **Observación de un Fenómeno**

2. **Hipótesis**: se postulan teorías que expliquen las observaciones
   a. Se basa en conocimientos y resultados previos que dan plausibilidad a la propuesta.
   b. La Teoría o hipótesis tiene que ser refutable o falsable.

3. **Demostración o refutación** de la teoría o hipótesis por medio de la **Experimentación**
   a. Los experimentos tienen que ser reproducibles (reproducibilidad)
   b. Es necesaria una estimación adecuada de las incertezas involucradas en los distintos resultados y conclusiones.

El lenguaje utilizado para proponer teorías, hacer predicciones, realizar mediciones y experimentos es la **Matemática**

¡El Conocimiento Científico es un Saber con Grandes Predicciones!

Richard Feynman sobre el método científico

"En general buscamos una nueva ley de la siguiente manera: primero tratamos de hacer una suposición, luego calculamos las consecuencias de nuestro supuesto, para ver qué implicaría, y luego comparamos estos resultados con la naturaleza, o con experimentos o con experiencia. Lo comparamos directamente con la observación para ver si funciona.

Si está en desacuerdo con el experimento, entonces está mal. En esa declaración simple está la clave de la ciencia, no tiene importancia lo bonito de la idea, lo inteligente que seas o el nombre de la persona que lo propone, si está en desacuerdo con el experimento, nuestra suposición está mal, eso es todo."

Ver video de Richard Feynman on Scientific Method

Análisis de un Proceso Científico

En la construcción de un análisis científico hay un proceso de abstracción

1) Identificación de Sistema de Estudio

- ➢ Ej: Caida Tiza
  - Tiza
  - Tiza + Tierra
  - Tiza + Tierra + Aire ?
  - Tiza + Tierra + Estudiantes presentes en el Laboratorio ?

2) Modelización

- ➢ Simplificación
  - Tiza → Modelo de Partícula

3) Sistema de referencia y coordenadas: Técnica por la cual asignamos un número a una propiedad física.

Unidades - Metrología

Para describir una cantidad medida necesitamos definir una unidad

➔ Ej: Una jugadora de básquet mide dos metros, significa que mide dos veces la unidad fundamental de longitud (el metro).

Un comité internacional (BIPM-CGPM) ha acordado un sistema de unidades para describir las magnitudes físicas fundamentales: Sistema Internacional (SI)

Unidades Fundamentales

- Longitud → Metro (m)
- Tiempo → Segundo (s)
- Masa → Kilogramo (kg)
- Corriente Eléctrica → Ampere (A)

Conferencia General de Pesas y Medidas (en francés: Conférence générale des poids et mesures, CGPM)

Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI)

En Argentina el INTI es el referente nacional en el ámbito de las mediciones, constituido como Instituto Nacional de Metrología.

El Sistema Internacional de Unidades

Instituto Nacional de Tecnología Industrial INTI

Ministerio de Producción y Trabajo Presidencia de la Nación

En noviembre de 2018 se aprobó la mayor revisión del ***Sistema Internacional de Unidades (SI)*** desde su creación (1960). El principal cambio es que a partir de ahora todas las unidades se definen en base a constantes de referencia, como la velocidad de la luz para el metro y la constante de Planck para el kilogramo. La revisión entrará en vigencia el 20 de mayo de 2019.

La candela

La **candela,** cuyo símbolo es cd, es la unidad de intensidad luminosa del SI en una dirección dada. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la eficacia luminosa de una radiación monocromática de frecuencia 540 x 10^{12} Hz, K_{cd}, igual a 683 cuando es expresada en las unidades $lm{\cdot}W^{-1}$, que son equivalentes a $cd{\cdot}sr{\cdot}W^{-1}$, o $cd{\cdot}sr{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-2}{\cdot}s^{3}$, donde el kilogramo, el metro y el segundo son definidos en términos de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$.

Magnitud de base: intensidad luminosa (I_v)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DE LA CANDELA		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Flujo luminoso	lumen (lm)	$cd{\cdot}sr=m^2{\cdot}m^{-2}{\cdot}cd$
Iluminancia	lux (lx)	$lm{\cdot}m^{-2}=m^{-2}{\cdot}cd{\cdot}sr$

El mol

El **mol,** cuyo símbolo es mol, es la unidad de cantidad de sustancia (o materia) del SI. Un mol contiene exactamente 6,022 140 76 x 10^{23} entidades elementales. Este número es el valor numérico fijo de la constante de Avogadro, N_A, cuando es expresada en unidades de mol^{-1} y es llamado el número de Avogadro.
La cantidad de sustancia, símbolo n, de un sistema es una medida del número de entidades elementales especificadas. Una entidad elemental puede ser un átomo, una molécula, un ion, un electrón, o cualquier otra partícula o grupo específico de partículas.

Magnitud de base: cantidad de sustancia (n)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL MOL		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Concentración	mol por metro cúbico	$m^{-3}{\cdot}mol$
Actividad catalítica	katal (kat)	$s^{-1}{\cdot}mol$

El kelvin

El **kelvin,** cuyo símbolo es K, es la unidad de temperatura termodinámica del SI. Se lo define estableciendo el valor numérico fijo de la constante de Boltzmann, k, igual a 1,380 649 x 10^{-23} cuando es expresada en unidades de $J{\cdot}K^{-1}$, que es igual a $kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-2}{\cdot}K^{-1}$, donde el kilogramo, el metro y el segundo son definidos en términos de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$.

Magnitud de base: temperatura termodinámica (T)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL KELVIN		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Temperatura Celsius t/°C	grados Celsius (°C)	T/K - 273,15
Conductividad térmica	watt por metro kelvin	$m{\cdot}kg{\cdot}s^{-3}{\cdot}K^{-1}$
Resistencia térmica superficial	metro cuadrado kelvin por watt	$kg^{-1}{\cdot}s^{3}{\cdot}K$
Capacidad térmica	joule por kelvin	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}{\cdot}K^{-1}$

+ INFO: www.inti.gob.ar/SI

El kilogramo

El **kilogramo,** cuyo símbolo es kg, es la unidad de masa del SI. Se lo define estableciendo el valor numérico fijo de la constante de Planck, h, igual a 6,626 070 15 x 10^{-34} cuando es expresada en unidades de $J{\cdot}s$, que es igual a $kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}$, donde el metro y el segundo son definidos en términos de c y $\Delta\nu_{Cs}$.

Magnitud de base: masa (m)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL KILOGRAMO		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Fuerza	newton (N)	$m{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}$
Presión	pascal (Pa)	$m^{-1}{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}$
Energía	joule (J)	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}$
Potencia	watt (W)	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-3}$

El metro

El **metro,** cuyo símbolo es m, es la unidad de longitud del SI. Se lo define estableciendo el valor numérico fijo de la velocidad de la luz en el vacío, c, igual a 299 792 458 cuando es expresada en unidades de $m{\cdot}s^{-1}$, donde el segundo es definido en términos de la frecuencia del cesio $\Delta\nu_{Cs}$.

Magnitud de base: longitud (l, x, r, *etc*)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL METRO		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Área, superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Ángulo plano	radián (rad)	$m{\cdot}m^{-1}$
Ángulo sólido	estereorradián (sr)	$m^2{\cdot}m^{-2}$

El segundo

El **segundo,** cuyo símbolo es s, es la unidad de tiempo del SI. Se lo define estableciendo el valor numérico fijo de la frecuencia de cesio, $\Delta\nu_{Cs}$, la frecuencia de la transición entre niveles hiperfinos del estado fundamental no perturbado del átomo de cesio 133, igual a 9 192 631 770 cuando es expresada en unidades de Hz, que es igual a s^{-1}.

Magnitud de base: tiempo (t)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL SEGUNDO		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Frecuencia	hertz (Hz)	s^{-1}
Actividad de un radionucleido	becquerel (Bq)	s^{-1}
Dosis equivalente	sievert (Sv)	$m^2{\cdot}s^{-2}$

El ampere

El **ampere,** cuyo símbolo es A, es la unidad de corriente eléctrica del SI. Se lo define estableciendo el valor numérico fijo de la carga elemental, e, igual a 1,602 176 634 x 10^{-19} cuando es expresada en unidades de $A{\cdot}s$, donde el segundo es definido en términos de $\Delta\nu_{Cs}$.

Magnitud de base: intensidad de corriente eléctrica (I, i)

ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL AMPERE		
Magnitud	**Unidad**	**Expresión en unidades de base**
Carga eléctrica	coulomb (C)	$A{\cdot}s$
Tensión eléctrica	volt (V)	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-3}{\cdot}A^{-1}$
Resistencia, impedancia	ohm (Ω)	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-3}{\cdot}A^{-2}$
Capacidad eléctrica	farad (F)	$m^{-2}{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{4}{\cdot}A^{2}$
Inductancia	henry (H)	$m^2{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}{\cdot}A^{-2}$
Densidad de flujo magnético	tesla (T)	$kg{\cdot}s^{-2}{\cdot}A^{-1}$

https://www.argentina.gob.ar/inti

Felicitas Arias

Felicitas Arias (Astrónoma - UNLP) dirigió la sección de Tiempo, Frecuencia y Gravimetría del BIPM, y coordinó las actividades para establecer la referencia horaria internacional desde 1999 hasta 2017.

Cientificas de Acá

Unidades - Longitud - metro

- Inicios: Longitud del codo de un Faraón o pie de un Rey.
- ~1799: Fracción (diez millonésima parte) de la distancia Ecuador - Polo Norte.
- ~1890: Metro patrón dado por una barra de Iridio y Platino.
- ~1960: 1.650.763,73 veces la longitud de onda de la radiación infrarroja del átomo de Criptón 86.
- Actual: Distancia recorrida por la luz en 1/299.792.458 segundos (la velocidad de la luz es una constante universal).

Video

Unidades - Tiempo - segundo

- Inicios: Ciclos estelares, astronómicos, lunares y solares. Luego relojes de agua o arena.
- Hasta ~1970: 1/86400 de un día solar promedio (entre 1750 y 1890).
- Presente: 9.192.631.770 períodos de radiación correspondientes a una transición del átomo de Cesio 133 (a una temperatura de 0 Kelvin).

Video

Unidades - Masa - kilogramo

- Hasta 2019: masa de un cilindro de iridio y platino guardado en el centro internacional de pesos y medidas, Sevres, Francia.
- Presente: en el 2018 la conferencia general de pesas y medidas se reunió en Asamblea para aprobar el cambio del Sistema Internacional de Unidades. La revisión entró en vigor el 20 de mayo de 2019. La nueva definición se determina por medio de una balanza electromagnética llamada “Balanz de Watt” o balanza de corriente y depende de la constante de Planck (constante universal).

Clarín Sociedad

Desde hoy, un kilo ya no es lo que era: la comunidad científica mundial votó su redefinición

Se abandona el kilo patrón, un cilindro de platino e iridio custodiado en Francia por 130 años. El testimonio del argentino que votó por el cambio.

Los científicos Yuning Duan y Gert Rietveld celebran la redefinición del kilo y otras unidades de medida en Versalles (Reuters)

infobae

Últimas Noticias Política Economía Dólar hoy Deportes Sociedad Policiales Newsletters

INFOBAE >

Cambia la medida del kilo, ¿cómo va a impactar en la vida cotidiana?

A partir del lunes 20 de mayo, entrarán en vigencia las nuevas definiciones de cuatro unidades de medida, entre ellos, el kilogramo. ¿Cuánto nos va a afectar este cambio? ¿Es necesario calibrar las balanzas?

21 May, 2019 Compartir

A partir del lunes el kilogramo tendrá una nueva definición

Un cilindro circular recto, con una altura y diámetro de 39 mm, creado con una aleación de platino e iridio, era hasta ahora el prototipo internacional del kilogramo (IPK). **Conocido popularmente como "Gran K"**, se encuentra bajo llave en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, en Sèvres, en las cercanías de París,

Video Introductorio

- ¿Cuál es la mejor precisión actual en las medidas de tiempo y longitud de acuerdo al video?
- Haga una estimación de la precisión en las primeras épocas que se describen en el documental (Imperio Egipcio con los relojes de sol, aparición de los primeros relojes mecánicos en Inglaterra, etc). Identifique el origen que da lugar a las indeterminaciones en cada caso.
- El documental describe la evolución de tres diferentes modos de elegir patrones o referencias para la unidad de tiempo o longitud ¿Cuáles son los aspectos relevantes de cada uno de ellos?
- Describa brevemente el método seguido para alcanzar el valor del metro patrón durante la Revolución Francesa ¿Cuáles son los aspectos relevantes de este procedimiento de acuerdo a las posibilidades y limitaciones para aquel desafío?
- ¿Qué grandes avances científicos y tecnológicos considera que han sido indispensables para poder alcanzar la definición actual del metro (asociado a procesos físicos)?
- ¿Ha variado su percepción sobre la relevancia del concepto de precisión luego de ver el documental? ¿Por qué consideraría relevante este concepto?

Link al video

CLASE 2

Proceso de Medición

La Física es una ciencia experimental. Que sea ciencia experimental significa que los fenómenos bajo análisis deben observarse y medirse.

El proceso de medición es una operación física experimental, en la que intervienen necesariamente tres sistemas:

1. Sistema objeto al cual queremos medir.
2. El instrumento o aparato de medición.
3. Sistema de comparación que definimos como unidad y que suele venir unido o estar incluido en el aparato o instrumento de medición.

Proceso de Medición

En el proceso llamado "medición de longitud" intervienen:

1. El objeto cuya longitud queremos medir.
2. El instrumento, por ejemplo, una regla.
3. La unidad (cierta escala marcada en la misma regla).

Para definir unívocamente el proceso de medición es necesario dar además la "receta" mediante la cual deben ponerse en interacción el sistema objeto, el aparato de medición y la unidad.

Incerteza de Medición

¿El valor (nominal) medido de una magnitud, es por sí solo un dato científico?

¿Qué rol juega la incerteza en el conocimiento científico?

Acuerdo entre Teoría y Experimento

Gran parte de nuestro trabajo se concentra en estimar la incertezas de las mediciones

Resultados (Datos) = 0,97 → ¿Están en acuerdo los datos experimentales con la teoría?
Teoría = 1

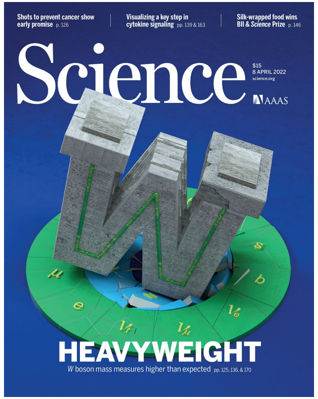
Acuerdo entre Teoría y Experimento

Gran parte de nuestro trabajo se concentra en estimar la incertezas de las mediciones

Resultados (Datos) = 0,97 → ¿Están en acuerdo los datos experimentales con la teoría?
Teoría = 1

- $0{,}97 \pm 0{,}05$
  - Datos compatibles con la teoría
- $0{,}970 \pm 0{,}005$
  - Datos incompatibles con la teoría
- $0{,}97 \pm 0{,}75$
  - Mejor hacer otro experimento!

Medida más reciente de la masa del W



LA NACION > Agencias

Consiguen la medición más precisa hasta ahora de la masa del bosón W en tensión con el Modelo Estándar

7 de abril de 2022 • 18:09

FÍSICA DE PARTÍCULAS • Sorprendente resultado

El bosón W abre una nueva grieta en la teoría que explica la naturaleza

El bosón W, una de las partículas elementales, no es como se pensaba: las mediciones más precisas revelan que es más pesada de lo estimado en el Modelo Estándar de la Física, lo que podría implicar que éste no es realmente válido y hace falta ampliarlo, posiblemente con nuevas partículas e interacciones.

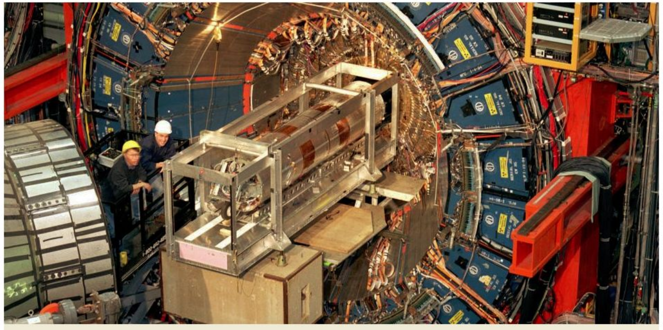
El extraordinario descubrimiento que podría revolucionar la física y nuestra comprensión del universo

Pallab Ghosh
BBC News

CIENCIA

El bosón "mensajero" de la fuerza que desafía al modelo estándar de la física

• El W acaba de dar la sorpresa, pues, según nuevos datos, tendría más masa de la que debería y eso contradice al modelo estándar de la física



ACTUALIDAD

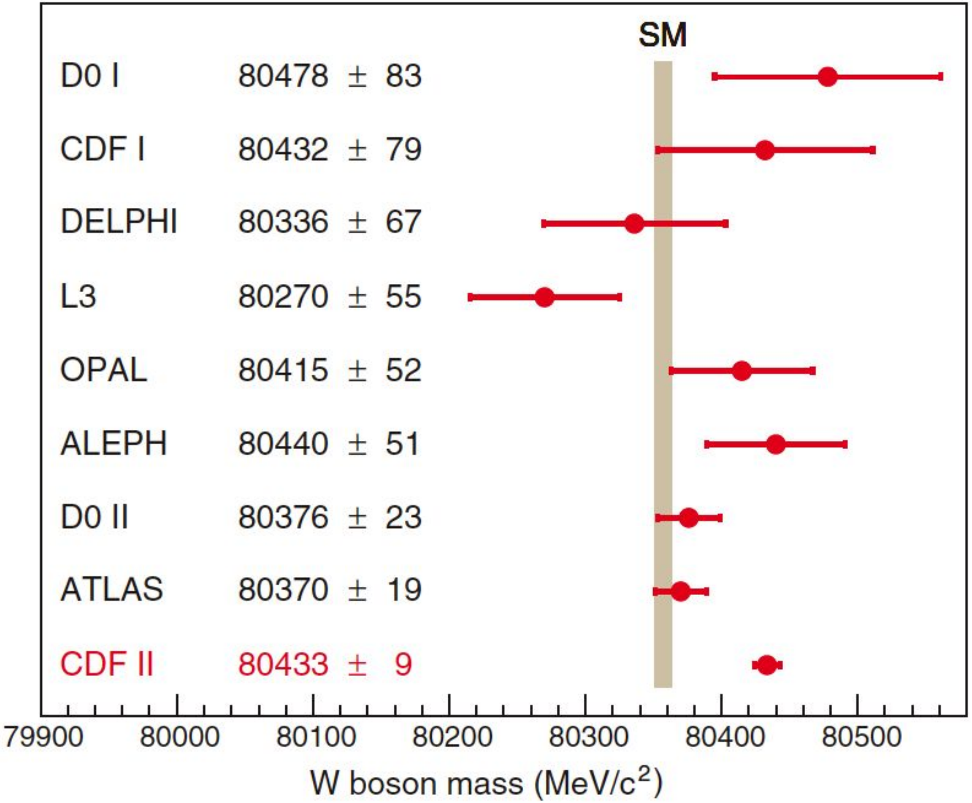
Atisban un "nuevo mecanismo de la naturaleza"

Una investigación revela que la masa del bosón W, una de las partículas elementales de la naturaleza, es sorprendentemente más alta de lo que se estimaba.

As.com
Actualizado a: 8 de abril de 2022 12:28 CEST

¿¡Qué es lo llamativo del resultado!?

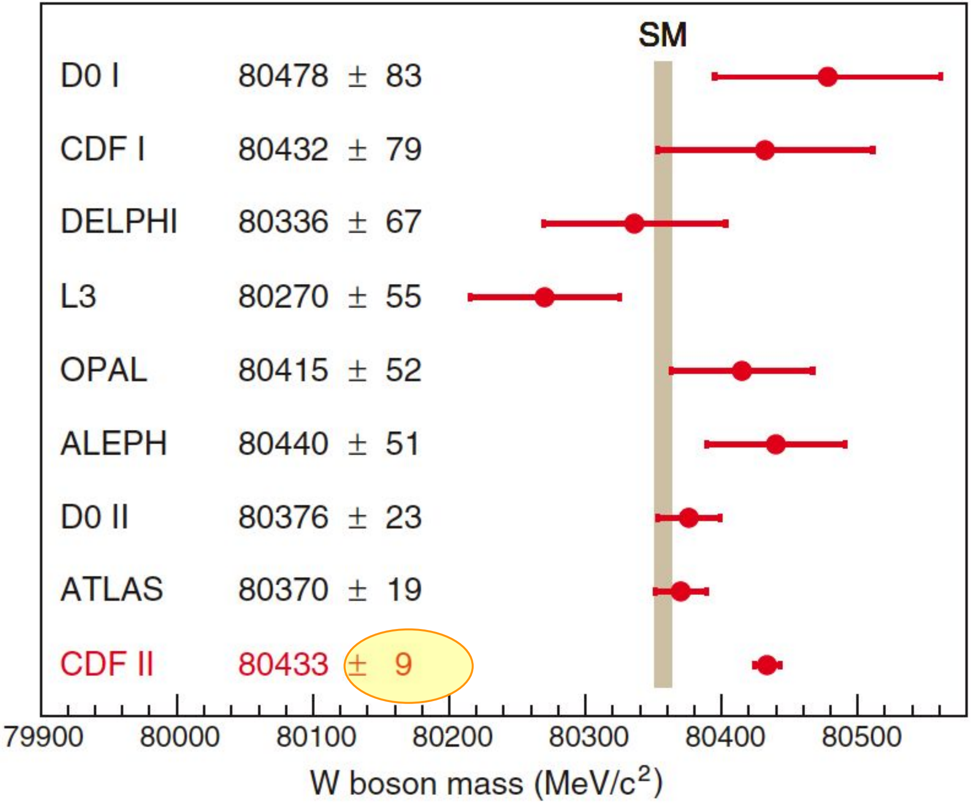
Valor esperado en el Modelo Teórico es de M_W = 80357 ± 6 MeV



[SCIENCE 7 Apr 2022]

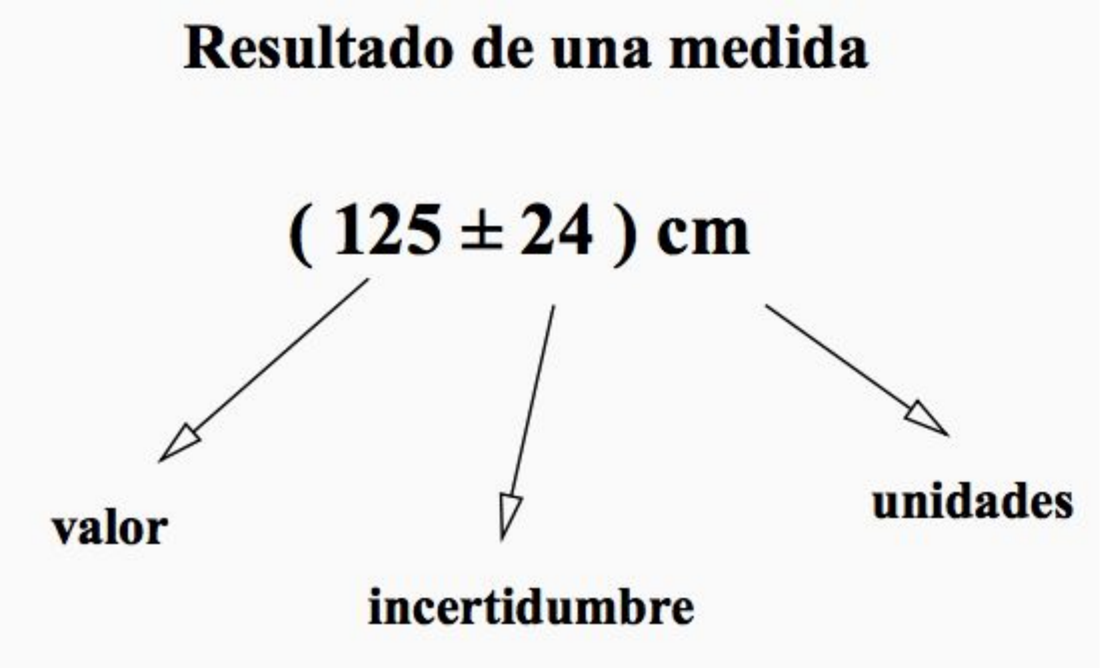
¿¡Qué es lo llamativo del resultado!?

Gran parte de nuestro trabajo se concentra en **estimar la incertidumbre de las mediciones**…
¡las medidas de precisión pueden dar evidencia de nueva física!



SCIENCE 7 Apr 2022

Experimento y Resultado



Incerteza de Medición - Medida Directa

- El valor numérico obtenido de una medición es un número real
  - Un número real en el sentido matemático está representado por un número infinito de decimales.
  - Hay un límite a priori dado por el instrumento o aparato de medición, en el cual aparece necesariamente un cierto límite de apreciación, dado por el mínimo valor distinguible en una medición.
  - Si se tiene una regla graduada en cm y mm, en la cifra que expresa el valor de una longitud dada, sólo estará asegurado el correspondiente al milímetro.

Proceso de Medición

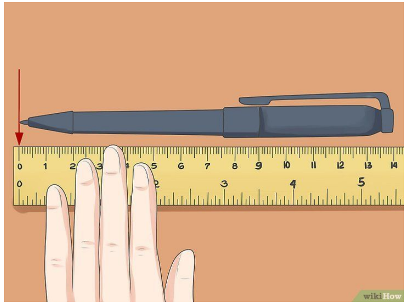
En el proceso llamado "medición de longitud" intervienen:

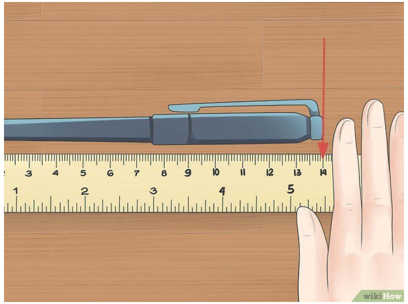
1. El objeto cuya longitud queremos medir.
2. El instrumento, por ejemplo, una regla.
3. La unidad (cierta escala marcada en la misma regla).

Para definir unívocamente el proceso de medición es necesario dar además la "receta" mediante la cual deben ponerse en interacción el sistema objeto, el aparato de medición y la unidad.

Incerteza de Medición - Medida Directa de Longitud

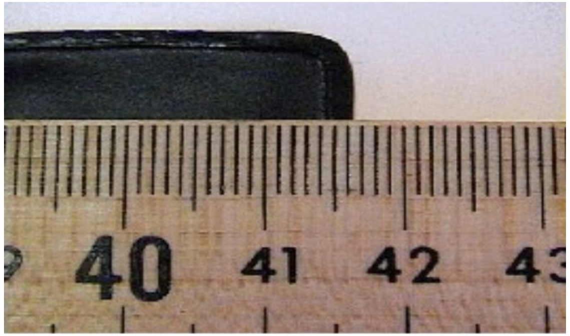
La “receta” nos dice ponga un extremo del metro en coincidencia con uno de los bordes y fíjese con cuál división de la escala graduada coincide el otro borde.





Podemos distinguir que el objeto termina en algún punto entre 41,6 y 41,7 cm de la regla.

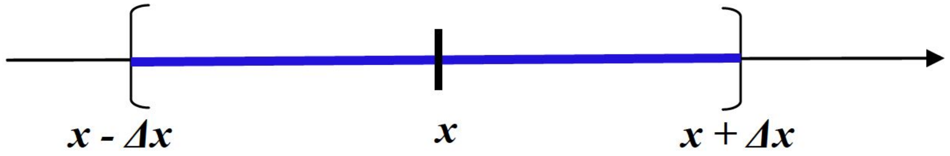
¿Cómo informamos el resultado de la medida? → Podemos decir que el resultado está en el intervalo [41,6 - 41,7] cm o podemos expresarlo como (41,65 ± 0,05) cm.



Las medidas no son números exactos, sino que consisten en intervalos, dentro de los cuales tenemos confianza de que se encuentra el valor “real” o esperado.

Incerteza de Medición

El resultado de una medida (o de un conjunto de medidas) de una magnitud, debe indicarse siempre con su grado de incertidumbre (Δx) → Resultado Medición = $x \pm \Delta x$



x : es la mejor estimación, es el valor considerado más representativo de nuestra medición

Δx : incerteza (absoluta)

$\Delta x / x$: incerteza relativa

$100\ \Delta x / x$: incerteza relativa porcentual

¡Atención: Incerteza no es lo mismo que Error (o Cometer un Error)! → usamos la equivalencia, pero es un abuso de lenguaje.

A lo largo del curso vamos a volver e ir profundizando sobre valores esperados, estimados y distintos conceptos relacionados a sus incertezas

Incerteza de Medición

El resultado de un proceso de medición no será entonces un número exacto dado que aparecen indeterminaciones que llamamos incertidumbres. Algunas de las incertidumbres provienen de:

1. La apreciación del instrumento: menor lectura de la escala.
2. La estimación de la lectura: menor intervalo que el observador puede estimar con ayuda de la escala, generalmente 1/2 división.
3. Otros factores como:
   a. Imperfección o mala calibración del instrumento.
   b. Interacción del instrumento con el objeto a medir.
   c. La indefinición de la magnitud a medir.
   d. …

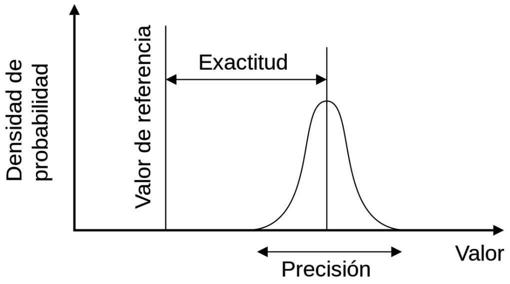
Instrumentos e Incerteza de Medición

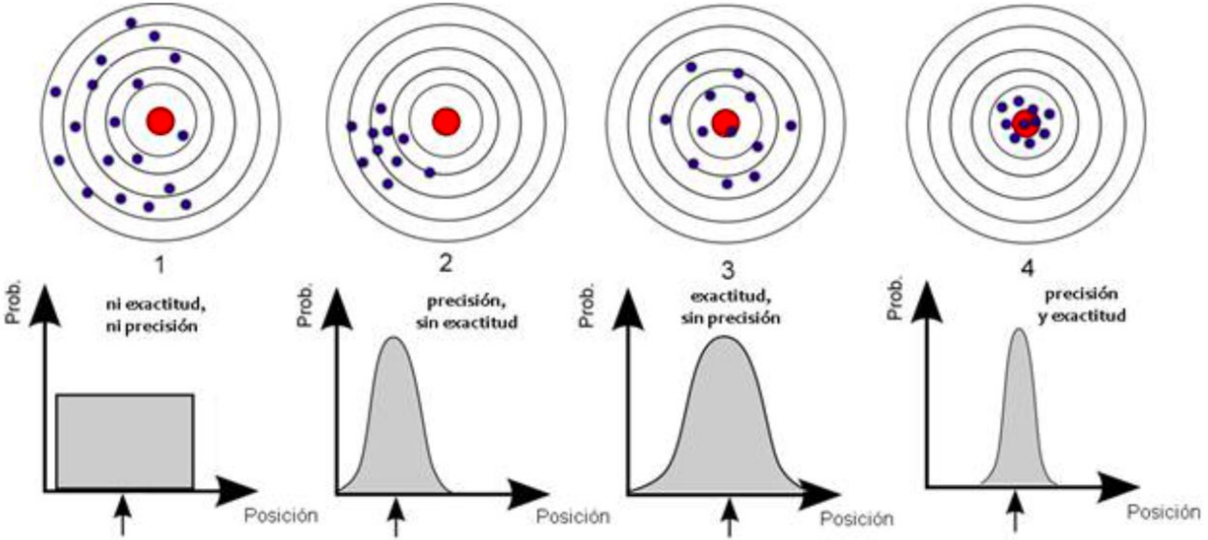
Qué le requerimos a los instrumento (o proceso de medición) después del análisis anterior:

1. Precisión: capacidad para repetir una medida. Concordancia entre las medidas de una misma magnitud realizadas en condiciones sensiblemente iguales. Un aparato será preciso cuando la diferencia entre diferentes mediciones de una misma magnitud sean muy pequeñas.
2. Sensibilidad: capacidad de diferenciar cambios pequeños de la magnitud de interés. Valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir un equipo. Si la sensibilidad de una balanza es 5 mg implica que para masas inferiores, la balanza no causa ninguna desviación. Normalmente, se admite que la sensibilidad de un aparato viene indicada por el valor de la división más pequeña de la escala de medida.
3. Exactitud: capacidad para reproducir el valor de un patrón. Grado de concordancia entre el valor “verdadero” y el experimental. Un aparato es exacto si las medidas realizadas con él son todas muy próximas al valor “verdadero” de la magnitud medida.
4. Resolución: menor diferencia entre dos medidas sucesivas. Menor intervalo de valores que puede medir un instrumento.

Exactitud y Precisión

1. **Exactitud**: : se define así a la proximidad entre el valor medido y el valor esperado ("verdadero") de una magnitud a medir.
2. **Precisión**: es la proximidad entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas, bajo condiciones especificadas. La precisión se puede expresar numéricamente mediante medidas de dispersión tales como desviación estándar, la varianza. La precisión, se utiliza para definir a la repetibilidad de medida.





Cifras significativas

En la expresión numérica de una medida se consideran **cifras significativas** aquellas que dan información relevante. En el valor de la medida, el número de cifras significativas que usemos depende de la incertidumbre asociada.

Criterios:

- Los ceros a la izquierda no son significativos, indican la colocación del punto decimal
  - 0,000345 tiene TRES cifras significativas.
- Los ceros a la derecha y después del punto decimal si son significativos
  - 3,4120 tiene CINCO cifras significativas.

Ejemplos:

- 1,8345 tiene 5 cifras significativas
- 3,90345 $\times 10^{-6}$ tiene 6 cifras significativas
- 0,0004 tiene 1 cifra significativa.

Cifras significativas

En las mediciones que efectuemos en este laboratorio la incerteza absoluta va a tener <u>una</u>, o como máximo, <u>dos</u> cifras significativas.

Ejemplos:

$x = 520 \pm 2$ m (incerteza absoluta con 1 cifra significativa)

$x = 521{,}22 \pm 0{,}14$ m (incerteza absoluta con 2 cifras significativas)

$x = 525{,}1 \pm 2{,}3$ m (incerteza absoluta con 2 cifras significativas)

$x = 520{,}326 \pm 0{,}003$ m (incerteza absoluta con 1 cifra significativa)

Cifras significativas

El cero tiene información sobre la cifra de las décimas

La aritmética nos dice 9 mm = 9,0 mm. Pero la Física nos dice que en el laboratorio 9 mm puede ser distinto que 9,0 mm ¿Cómo entender estas afirmaciones? → A partir del concepto de estimación de una lectura.

Cuando un observador escribe: $x = 9,0$ mm con una incerteza de $\Delta x = 0,2$ mm

→ simbólicamente se expresa: $x = 9,0 \pm 0,2$ mm

- Si se escribe 9 mm, en Física se sobreentiende que no hay información sobre la cifra de las décimas
- Si se escribe 9,0 mm se está informando sobre la cifra de las décimas. Otro observador, trabajando con otro instrumento de medición puede informar sólo hasta 1 mm; entonces su lectura de la misma cantidad será, por ejemplo: $x = 9 \pm 1$ mm
  - Aritméticamente las dos lecturas son iguales pero físicamente no lo son: la primera informa sobre las décimas y la segunda, no.

Redondeo I

En el **redondeo** de números decimales se eliminan todos los decimales posteriores al último decimal significativo y, además, el decimal al que se quiere redondear se aumenta en 1 o se mantiene igual según el caso:

- Si el decimal siguiente al último decimal es mayor o igual que 5, el último decimal se aumenta en 1 (**redondeo por exceso o a la alta**).
- Si el decimal siguiente al último decimal es menor que 5, el último decimal se mantiene igual (**redondeo por defecto o a la baja**).

Por ejemplo, el número decimal 3,14159265 redondeado a las décimas es 3,1, porque la siguiente cifra decimal (4) es más pequeña que 5. Por otro lado, si redondeamos el número decimal 52,84917 a las centésimas, obtenemos 52,85 ya que la siguiente cifra decimal (9) es más grande que 5.

Ejemplos de redondeos de números decimales:

1. Redondeo a las décimas de 445,943 → 445,9
2. Redondeo a las centésimas de 7,03522 → 7,04
3. Redondeo a las milésimas de 39,802719 → 39,803

Redondeo II

El **redondeo** es el proceso de descartar cifras en la expresión decimal (o más generalmente, posicional) de un número. Se utiliza con el fin de facilitar los cálculos o evitar dar la impresión de que se conoce un valor con mayor exactitud de la que realmente se tiene.

Para redondear, cualquiera sea el método, debe estar establecida por adelantado la cantidad de dígitos que han de conservarse.

El método recomendado por el NIST e ISO se puede describir con 2 reglas:

1. Se escoge el número más cercano que tenga la cantidad de dígitos significativos escogida.
2. Si hay dos números igual de cercanos, se escoge el que tiene como último dígito significativo un número par (múltiplo de 2).

Ejemplos de redondeo según el método del NIST

Número original	Dígitos para preservar	Resultado	Notas
13.95	2	14	14 es más cercano que 13.
13.95	3	14.0	13.95 es igual de cercano a 14.0 y 13.9 así que se escoge el que tiene el último dígito significativo par -el 0-.
22 805	2	23 000	22 805 está más cerca de 23 000 que de 22 000
22 805	3	22 800	22 805 está más cerca de 22 800 que de 22 900
22 805	4	22 800	22 805 es igual de cercano a 22 800 y 22 810 así que se escoge el que tiene el último dígito significativo par.

Truncamiento

En el **truncamiento** se reduce el número de decimales eliminando aquellos que son menos significativos. Es decir, el truncamiento consiste en quitar las cifras que están a la derecha de la cifra por la que queremos truncar.

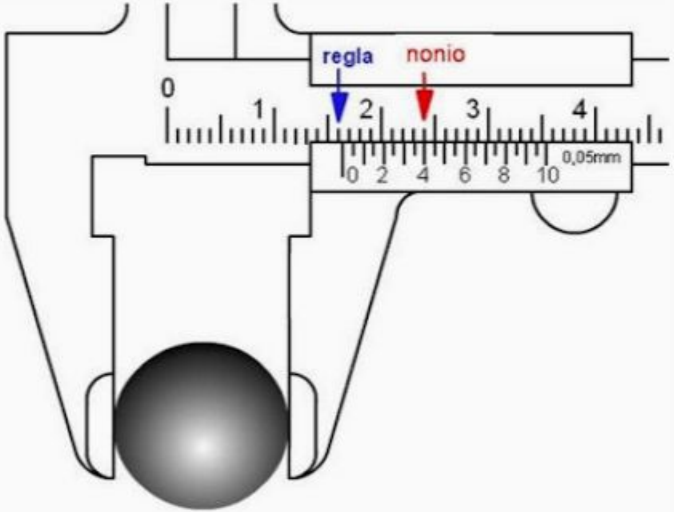
Por ejemplo, al aproximar por truncamiento en las centésimas el número 65,71834 obtenemos el número 65,71, ya que simplemente tenemos que quitar los decimales posteriores a las centésimas (834).

Así pues, al truncar un número es indiferente si después del último decimal significativo hay un número mayor, igual o menor que 5, porque siempre se deben eliminar todos los decimales posteriores.

En el ejemplo, si hubiésemos redondeado el número 65,71834 hubiésemos obtenido 65,72. Sin embargo, al utilizar el truncamiento obtenemos 65,71. En conclusión, el número aproximado puede ser distinto dependiendo del método de aproximación elegido.

Como usar el Calibre

La forma de obtener la medida es la siguiente:



1.- Colocamos la pieza a medir sobre los topes inferiores.

2.- Desplazamos el nonio hasta ajustarse al tamaño de la pieza.

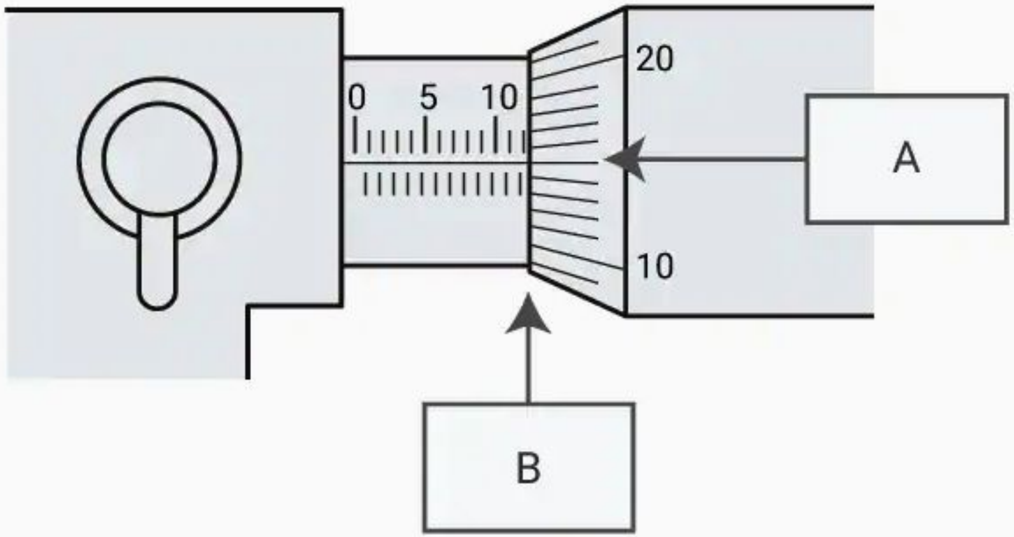
3.- Tomamos la parte entera en milímetros de la medición mirando la situación del 0 del nonio sobre la línea fija, en el ejemplo 16mm.

4.- Tomamos la parte decimal de la medición, mirando la línea del nonio que coincide con una división de la regla fija, en el ejemplo 0,40 mm.

5.- La medida será 16,40 mm.

https://www.youtube.com/watch?v=RFhelsCKC9w

Como usar el Micrómetro



A : La escala del dedal muestra "0.15".
B : La escala del dedal supera los "12.0 mm".

12.0 + 0.15 = 12.15 mm

Lean las consignas detalladamente antes de realizar y entregar un trabajo o informe.

¡No hacerlo implica que lo van a tener que realiza o entregar dos o más veces!

TIPS PARA EL LABORATORIO

ANTES DE IR

- LLEVAR AL MENOS UN APUNTE IMPRESO/ESCRITO POR GRUPO
- TOMARSE UNOS MINUTOS Y LEERLO ANTES DE IR (PARA SABER QUE VOY A REALIZAR)

ES IMPORTANTE NO DEMORAR MUCHO EN REALIZAR EL INFORME YA QUE NOS PODEMOS OLVIDAR DETALLES QUE SON IMPORTANTES

LAS FECHAS DE ENTREGA SON IMPORTANTES

CLASE 3

Probabilidad y Estadística en Física Experimental

Los experimentos y sus resultados o medidas tienen en su gran mayoría un carácter aleatorio:

1. Todos los experimentos tienen al menos cierto grado de reproducibilidad, ya sea por la dependencia de las condiciones iniciales o por la mínima cantidad de parámetros medibles. La mecánica clásica es determinista siempre y cuando podamos medir todas las condiciones iniciales con precisión infinita. Incluso al tirar una moneda o un dado es muy difícil tener control para evitar el carácter aleatorio.
2. Errores o incertezas en la medida.
3. El objeto a medir presenta variaciones o indefiniciones.
4. La física a nivel cuántico no es determinista.

Tenemos que convivir con incertezas cuando realizamos experimentos.

Medida de la longitud de la mesa y probabilidad de un dado

1) ¿Cuáles son las fuentes de las variaciones en las observaciones de las cantidades medidas en cada uno de los casos?
2) ¿Tiene sentido repetir 100 veces la medición de la mesada con una cinta métrica? ¿Y con una regla pequeña?
3) ¿Cuál es la diferencia entre el experimento del dado y la medida de la mesa con regla?
4) ¿Cuantas medidas estiman necesarias en cada caso para obtener el valor esperado de cada magnitud a determinar?
5) Observar los resultados de lanzar un dado en esta Simulación del Experimento

La Probabilidad y Estadística nos van a proveer de herramientas para dar respuestas cuantitativas a estas preguntas.

Probabilidad y Estadística en Física Experimental

Por medio de la Probabilidad y Estadística podemos cuantificar el grado de aleatoriedad e incerteza en nuestras mediciones.

Probabilidad $\neq$ Estadística

Probabilidad: Conozco los parámetros del problema y quiero inferir sus resultados.

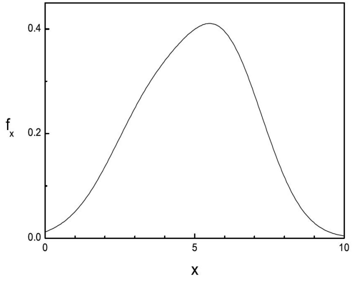
Estadística: Conozco los resultados del problema y quiero inferir sus parámetros.

Probabilidad y Estadística en Física Experimental

Teoría ⇔ Probabilidad y Estadística ⇔ Experimento

Dado un parámetro de la teoría **θ** determino la distribución de una cantidad observable **x**

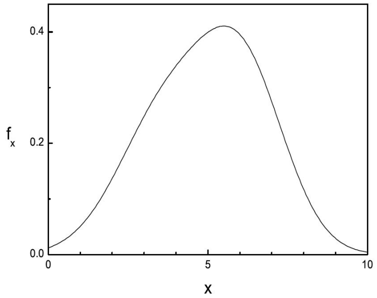
θ ⟶



Probabilidad. Ej: tengo un dado equilibrado y me pregunto cuál es la probabilidad de obtener diez veces la "cara del 6" en 60 tiradas?

Mido, observo una cantidad **x** y quiero determinar el parámetro **θ** de la teoría

θ ⟵



Estadística. Ej: Tiro el dado 60 veces y quiero determinar la probabilidad de la "cara del 6" (incluyendo su incerteza)?

Definición de Probabilidad

Un espacio muestral contiene todos los posibles eventos que pueden resultar de un experimento aleatorio. Por ejemplo el espacio muestral asociado al lanzamiento de un dado es {1,2,3,4,5,6} qué son las únicas posibilidades que pueden resultar del experimento. En este caso la cantidad de veces que podría ocurrir un evento del espacio muestral es denominado **probabilidad**.

Las funciones de probabilidad (P) asociadas a experimentos aleatorios deben cumplir ciertos requisitos básicos llamados **axiomas.** Los axiomas de probabilidad son:

A_i = 1,2,3,4,5 o 6

S = todo el conjunto de resultados posibles

1. $P(A_i) > 0$ →La probabilidad de cualquier suceso tiene que ser positiva.
2. $P(S) = 1$ → La probabilidad de todo el conjunto tiene que ser 1.
3. Si los A_i son excluyentes (si sale uno no puede salir el otro) la probabilidad del conjunto es $P(S) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) P(A_4) + P(A_5) + P(A_6)$ (como ejemplo es este caso)

Kolmogorov 1933

Variables Aleatorías

Vamos a trabajar en la materia con variables aleatorias → el resultado de una variable es de alguna manera impredecible. Que la llamemos aleatoria no quiere decir que todos los valores son equivalentes. Aleatorios quiere decir, en este contexto, variables cuyo valor no podemos predecir exactamente. El grado de “aleatoriedad” lo cuantificamos con los conceptos de probabilidad.

La variables aleatoria pueden ser de dos tipos:

1. Discretas. Ej: Cara de un dado, cara de una moneda, edad de estudiantes de la UNLP.
2. Continuas. Ej: Ángulo de dispersión de una partícula después de un choque o altura de estudiantes de la UNLP.

Función Densidad de Probabilidad

En el caso **discreto** podemos definir una función de probabilidad → P(x).

En el caso **continuo** no tiene sentido asignar una probabilidad definida a un valor exacto ya que esta sería cero, ya que hay un número infinito de posibles valores! Solo tiene sentido hablar de la probabilidad de que un resultado de un dado experimento esté en un dado intervalo ($x_1 < x < x_2$).

$P(x_1 < x < x_2) \approx f(x) \cdot (x_2 - x_1)$ → f(x) es lo que se conoce como Función Densidad de Probabilidad.

esta relación aproximada vale para f(x) constante en un pequeño intervalo $x_2 - x_1$

Formalmente (para los que ya vieron algo de integrales) la relación es:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x1}^{x2} f(x).dx$$

Valor esperado de una variable aleatoria

Supongamos que hemos hecho una serie de ***n*** mediciones de una misma magnitud, que han dado los valores numéricos $x_1, x_2, .. , x_i, x_{n\_1}, x_n$, **todos ellos expresados en cifras significativas** exclusivamente. Sabemos, además, que la magnitud dada puede tener, en realidad, un solo valor numérico:

- ¿Cómo podemos *"fabricar"* de esos ***n*** valores uno solo, que esté *"lo más cerca posible"* del *"verdadero valor"*, al cual desconocemos?
- ¿Cómo podemos volcar la información dada por esos ***n*** números hacia uno solo, que podamos adoptar como *"el valor más probable de la magnitud"*?

El promedio aritmético de los valores x_i es entonces lo que elegimos como valor más probable o valor más razonable del valor esperado de magnitud que queremos medir*.

* Esto se puede mostrar por distintos métodos (ver libro de Roderer).

Valor esperado de una variable aleatoria

$x_{esperado}$ = **promedio** aritmético de (n) medidas ≡ $\bar{x}$ ≡ **valor medio** ≡ <x>

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Incertezas estadística variable aleatoria

Sea $\overline{x}$ el número que adoptamos como *"valor más probable"* de la magnitud determinada con *n* medidas. Las diferencias $x_i - \overline{x}$ se llaman desviación de cada medición respecto de $\overline{x}$. Tendremos *n* desviaciones. Serán, en general, números positivos y negativos. La suma algebraica no tendrá mucho significado físico. Incluso puede ser cero. En cambio, la suma de los cuadrados, o suma de **desviaciones cuadráticas** será una magnitud más representativa, que nos dará una idea global de cómo fluctúan los valores medidos x_i alrededor de $\overline{x}$

$$\text{Varinza} \equiv V(x) = \frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{n}$$

$$\sqrt{V(x)} \equiv \sigma$$

Denominaciones, notación y comentario adicional

$$\text{Desviacion Estandar} \equiv \mathrm{s} \equiv \sigma \equiv \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

En realidad, por razones matemáticas debe definirse como: $$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

Pero como se suele trabajar con *n* » 1, la expresión dada arriba es una aproximación suficientemente buena. Tal como está escrita, la ecuación superior es rigurosamente correcta si se reemplaza el promedio $\overline{x}$ por el verdadero valor (μ) de la magnitud en cuestión.

Promedio de los Promedios

Supongamos que hemos obtenido un promedio $\overline{x}$ de una serie de n mediciones. Hagamos ahora otra serie de n mediciones en las mismas condiciones que la anterior, obteniendo nuevos valores. El promedio de esta segunda serie no tiene por qué coincidir con el de la primera. Tampoco las desviaciones estándar serán idénticas aunque su orden de magnitud siempre será el mismo, puesto que representan una característica del proceso de medición que es el mismo en ambas series.

En general, los promedios $\overline{x}_k$, obtenidos a través de m series de mediciones con n valores cada una, fluctuarán alrededor de un promedio general, o *"promedio de los promedios"*, de valor :

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\bar{x}_k \qquad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_k(\bar{x}_k - \bar{\bar{x}})^2}{m}}$$

Desviación Estándar del Promedio

Es la dispersión estándar de cada promedio de las series de mediciones.

Se puede demostrar* que esta dispersión o incerteza estándar vale:

$$\boxed{\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

Donde *n* es el número de mediciones realizadas para determinar el promedio. Este es un **resultado muy importante** ya que una de las características de **las incertezas de carácter estadístico** (aleatorio) es que **disminuyen al aumentar el número de medidas**!

* Esta demostración excede el contenido de la materia, pero pueden leerlo más adelante en el Capítulo 4 del Libro de Barlow, entre otros.

Promedio como resultado de una medida

$$\text{Resultado de una medida} = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$$

(por ahora solo teniendo en cuenta las variaciones estadísticas de las medidas como incerteza)

CLASE 4

Primeras etapas de un experimento

Definir objetivo: qué variables o cantidades queremos medir. Importante, mientras más claro, más fácil será planear el experimento.

Diseñó el experimento: instrumental, protocolo de medición, incertezas a tener en cuenta.

Montaje del dispositivo experimental: armado, calibración y validación.

Mediciones preliminares: familiarizarse con la experiencia de adquisición. A partir de un primer análisis de datos se puede re-planificar la experiencia.

Aparato y Observador en el proceso de medición

En todo proceso de medición el aparato de medición perturba en mayor o menor grado el sistema que se está midiendo. Lo que la física clásica supone es que, si la perturbación resultó apreciable, siempre es posible construir un aparato de medición más perfecto, con el que se obtendría una perturbación menor.

El observador puede tener ideas previas, o preconceptos, sobre el sistema, que pueden llevarlo a no efectuar todas las medidas necesarias para garantizar la objetividad de los resultados. Puede ser que el observador en ninguno de los casos esté modificando al sistema pero su evaluación de cuál es el sistema objeto de análisis modificará las preguntas que se haga sobre el mismo y por lo tanto las magnitudes que mida, pudiendo llegar a conclusiones erróneas.

Representación de Datos - Histogramas

Los datos numéricos de todo tipo, ya sea los provenientes de medidas realizadas en una experiencia de laboratorio, con fines científicos o industriales, o de una encuesta social, se suelen representar gráficamente para obtener una apreciación rápida y global de los mismos.

Ejemplo: 120 estudiantes se presentaron a una prueba escrita en la que se calificó con notas entre 0 y 100. Una forma de analizar el resultado de dicho examen es establecer la cantidad de alumnos que obtuvieron una nota determinada. Para ello podemos contar el número de alumnos que obtuvieron entre 0 y 9, entre 10 y 19, ... y entre 90 y 99, es decir podemos dividir a los alumnos en 10 *clases* (vamos a llamarlo también *bines* tomado la palabra del inglés).

Clase	frecuencia	Clase	Frecuencia
0 - 9	2	50 – 59	32
10 – 19	5	60 – 69	25
20 – 29	6	70 – 79	10
30 – 39	14	80 – 89	2
40 – 49	22	90 – 99	2

Histogramas

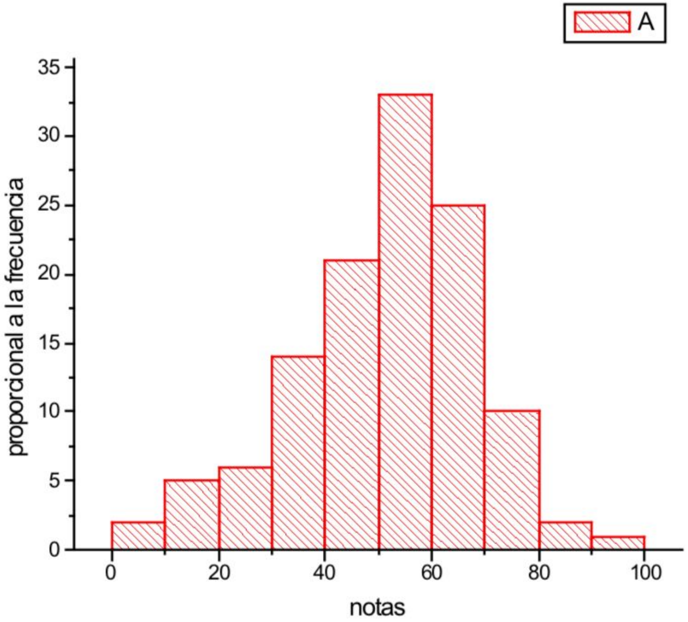
Clase	frecuencia	Clase	Frecuencia
0 - 9	2	50 – 59	32
10 – 19	5	60 – 69	25
20 – 29	6	70 – 79	10
30 – 39	14	80 – 89	2
40 – 49	22	90 – 99	2

Al número de datos en cada clase se lo suele denominar la **frecuencia** de la clase. La Tabla muestra la **distribución de frecuencias**. Los pares de números que definen cada clase (bin), por ej. 10-19, se denominan límite inferior y superior de la clase. El **ancho** de una clase (bin) es la diferencia entre los límites inferiores de dos clases consecutivas. En la elección de clases utilizada para construir la Tabla todas las clases tienen el mismo ancho. Se podría, sin embargo, elegir un agrupamiento de datos en el cual las clases no fueran todas del mismo ancho.

Para seguir los pasó en la construcción de histogramas es **obligatorio** ver los apuntes de

LINK a Clase 2020 (Meyer, Requejo, Rodriguez Torres)

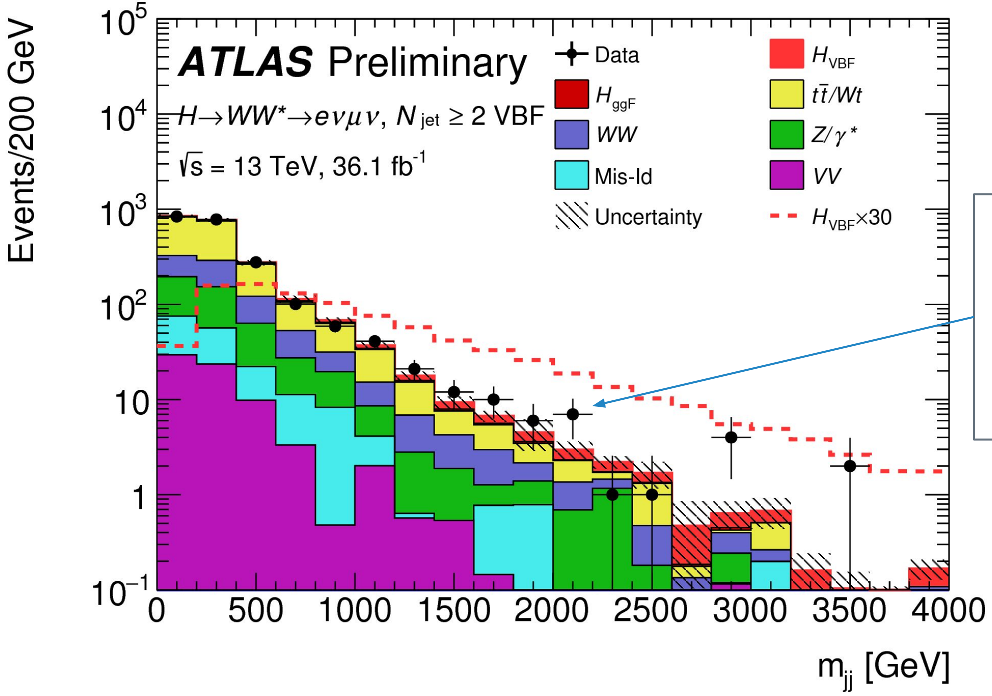
Visualización de Datos - Histogramas



Los histogramas son **buenas herramientas para visualizar, encontrar patrones y transmitir resultados**. Pero el hecho de **agrupar resultados en rangos o clases hace que se pierda el detalle** que da la medición individual → siempre que se puede, hacer cómputos (como un valor promedio) en base a las mediciones individuales (*no bineadas*). Muchas veces esto no es posible, por ejemplo un enorme conjunto de datos o no disponemos directamente de la información de las medias individuales, y trabajamos de todos modos haciendo cómputos en base a datos "*bienados*" (agrupados en clases dentro de los histogramas).

Histogramas

Frecuencia: es una buena práctica explicitar el ancho del bin (clase)



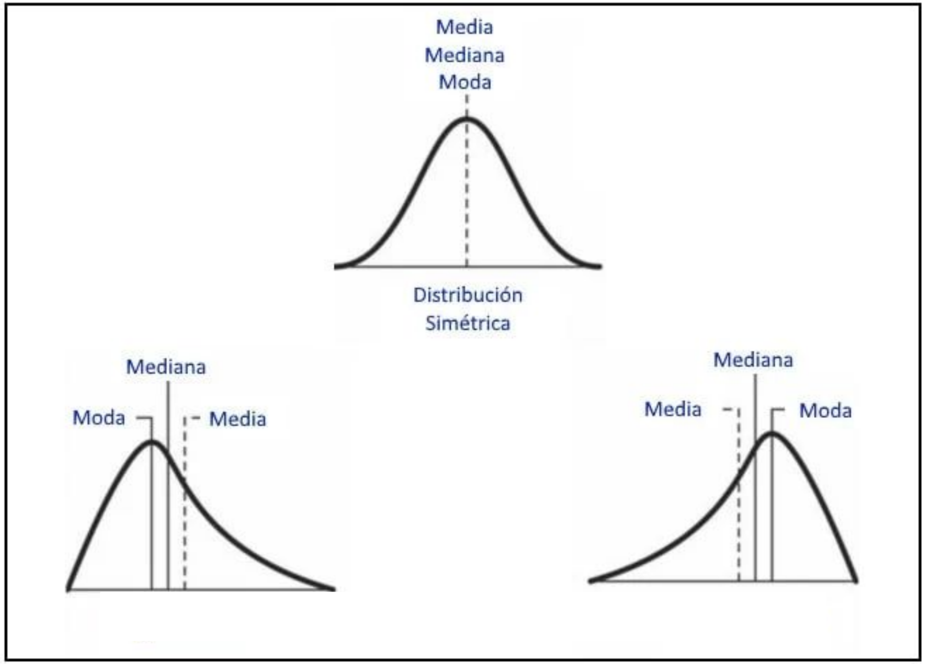
Estilo: en muchos casos en lugar altura de barras se utilizan puntos (con su incerteza en caso de agregarlas)

Observaciones sobre cómo decidir el ancho de las clases:

1. Si los bines son angostos → pocos eventos por bin → mucha fluctuación estadística.
2. Si los bines son muy amplios → se pierde detalle e información.

Un compromiso entre 1 y 2 lo tienen que encontrar ustedes junto con su director de trabajo.

Media, Mediana y Moda



- Media: Promedio de la distribución.
- Mediana: 50% de probabilidad de ocurrencia a ambos lados de su valor.
- Moda: El valor que ocurre con más frecuencia. Si existe una sola moda es una distribución unimodal, si hay varios máximos será multimodal.

Cuaderno (o bitácora) de laboratorio

- Grupal (queda siempre en el laboratorio). Hojas numeradas.
- Se registra todo lo relacionado con el experimento.
- No se borra nada, a lo sumo se tacha prolijamente. Preferiblemente no tiene que haber hojas sueltas.
- Sólo se registran cuestiones relacionadas con el experimento. Apuntes de teorías van a parte.

Es muy importante documentar toda la información posible y relevante.

Informe de laboratorio

- Grupal.
- Se entrega una semana después de concluído el experimento.
- El informe de laboratorio debe explicar de manera clara y concisa qué estaba tratando de hacer, qué hizo, qué observó y qué concluyó a partir de sus observaciones.
- Participan todos los alumnos del grupo en la redacción, pero se designa a uno de ellos cómo “autor responsable”. Este alumno es quien será el interlocutor con los docentes. Cada informe cambia el autor responsable.

Es muy importante reportar adecuadamente el experimento realizado para poder ser evaluado por pares y poder ser reproducido, como requiere el método científico para su validación.

CLASE 5

Python

Durante la materia les daremos algunas pautas para que se vayan acostumbrando a manejar Python. La idea es que puedan **usar** Python como una herramienta para hacer análisis de datos, pero **no dar un curso de programación**. Para trabajar en un código en conjunto es preferible que utilicen Google Colaboratory, ya que les permite editar a varios usuarios, correr por celdas y comentar con cuadros de texto. Estos apuntes irán centrados a aprender Python con Colab pero lo que aprendan lo pueden usar en cualquier editor, plataforma o IDE (Entorno de Desarrollo Integrado) como Visual Studio Code.

¿Por qué Python?

Python es un lenguaje de programación interpretado de tipado dinámico cuya filosofía (Zen de Python) hace hincapié en una sintaxis que favorezca un código legible. Se trata de un lenguaje de programación multiparadigma y disponible en varias plataformas.

Python es:

- Interpretado: Se ejecuta sin necesidad de ser procesado por el compilador y se detectan los errores en el tiempo de ejecución.
- Multiparadigma: Soporta programación funcional, programación imperativa y programación orientada a objetos.
- Tipado dinámico: Las variables se comprueban en tiempo de ejecución.
- Multiplataforma: Disponible para plataformas de Windows, **Linux** o MAC.
- Gratuito: No dispone de licencia para programar.

https://pythones.net/que-es-python-y-sus-caracteristicas

Python: Importar Librerías

Python contiene una gran cantidad de librerías (conjunto de funciones) y tipos de datos incorporados en el propio lenguaje, que ayudan a realizar muchas tareas comunes sin necesidad de tener que programarlas desde cero. Para utilizarlas tenemos que especificar cuales vamos a utilizar y las importamos en general al comienzo de cada programa (script o código) que vamos a utilizar.

Importamos la librería statistiscs y le damos el nombre stats para utilizarla más ágilmente durante el programa. Con el "." luego del nombre asignado al objeto libreria accedemos a sus distintos métodos o funciones

Clase de Fisica Experimental I - 2023 Medida de la longitud de una Mesada

```
import statistics as stats

datos1=[135.2,137,136,127,133.6,135,133.9,128.4,134.1,135.1]
datos2=[131.7,135.3,128.4,132.5,132.3,136.7,135.1,136.4,134.4,133.4]
datos3=[137,136.6,127,135.6,135.2,135.2,137.8,136.5,135.5,137.5]
datos4=[134.4,136,136.5,136.7,137.3,135.4,134.8,134.9,134.6,133.5]
datos5=[136.7,134.5,137.3,134.4,134.8,134.2,134.9,135.1,137,135.1]
datos6=[134.5,137,134.7,134.8,133.6,133.2,136,136.2,137,133.1]

datos = datos1 + datos2 + datos3 + datos4 + datos5 + datos6

print("Promedio 1 = %.2f" % stats.mean(datos1))
print("Promedio 2 = %.2f" % stats.mean(datos2))
print("Promedio 3 = %.2f" % stats.mean(datos3))
print("Promedio 4 = %.2f" % stats.mean(datos4))
print("Promedio 5 = %.2f" % stats.mean(datos5))
print("Promedio 6 = %.2f" % stats.mean(datos6))

print("Promedio Total = %.2f" % stats.mean(datos))

#Longitud con cinta metrica 134.8
print("Valor Esperado = %.2f" % 134.8)
```

Python: Variables y operadores aritméticos

En Python las variables son declaradas por su contenido y no por su contenedor, lo que nos va a permitir cambiar el valor y tipo de una variable durante la ejecución sin necesidad de volver a declarar. Por ejemplo, supongamos que *x* es una variable, y le damos el valor *x* = 1 → *x* está almacenando un número. Pero podemos almacenar una letra durante la ejecución del programa en la misma variable *x* mediante una instrucción *x* = “a”. Pensamos una variable como un bloque de memoria donde podemos “almacenar” un dato. O como una cajita donde guardar cosas.

- Si dentro de la **variable** colocamos números, la variable será de tipo numérica.
- Ahora, si colocamos letras, la variable será de tipo texto.
- Y si en ella colocamos un booleano (Verdadero o Falso), será de tipo booleano.

Operadores aritméticos: La mayoría de los lenguajes de programación utilizan los mismos operadores aritméticos
(+ - / *)

```
#Cantidad de repeticiones de cada cara del dado luego de todos los lanzamientos
cara1 = 2
cara2 = 5
cara3 = 2
cara4 = 6
cara5 = 3
cara6 = 4

#Cantidad total de lanzamientos
ntot = cara1 + cara2 + cara3 + cara4 + cara5 + cara6

#Probabilidades de cada cara
p1 = cara1/ntot
p2 = cara2/ntot
p3 = cara3/ntot
p4 = cara4/ntot
p5 = cara5/ntot
p6 = cara6/ntot
```

Python: Listas

Las listas en Python son uno de los tipos o estructuras de datos más versátiles del lenguaje, ya que permiten almacenar un conjunto arbitrario de datos. Podemos guardar en ellas prácticamente lo que sea. Similares a los arrays.

Clase de Fisica Experimental I - 2023 Medida de la longitud de una Mesada

```
import statistics as stats

datos1=[135.2,137,136,127,133.6,135,133.9,128.4,134.1,135.1]
datos2=[131.7,135.3,128.4,132.5,132.3,136.7,135.1,136.4,134.4,133.4]
datos3=[137,136.6,127,135.6,135.2,135.2,137.8,136.5,135.5,137.5]
datos4=[134.4,136,136.5,136.7,137.3,135.4,134.8,134.9,134.6,133.5]
datos5=[136.7,134.5,137.3,134.4,134.8,134.2,134.9,135.1,137,135.1]
datos6=[134.5,137,134.7,134.8,133.6,133.2,136,136.2,137,133.1]

datos = datos1 + datos2 + datos3 + datos4 + datos5 + datos6

print("Promedio 1 = %.2f" % stats.mean(datos1))
print("Promedio 2 = %.2f" % stats.mean(datos2))
print("Promedio 3 = %.2f" % stats.mean(datos3))
print("Promedio 4 = %.2f" % stats.mean(datos4))
print("Promedio 5 = %.2f" % stats.mean(datos5))
print("Promedio 6 = %.2f" % stats.mean(datos6))

print("Promedio Total = %.2f" % stats.mean(datos))

#Longitud con cinta metrica 134.8
print("Valor Esperado = %.2f" % 134.8)
```

Cuando se usa el "#"" Python ignora esta línea, es decir, no la ejecuta.

Python: Funciones - Librería Numpy - Notebooks (*Cuadernos*)

Una función *“encierra”* **una parte del programa** → Las funciones necesitan **argumentos o parámetros** para ejecutar lo que se encuentra dentro de ellas (a veces no es necesario). La mayoría de funciones que vamos a usar vienen integradas ya en Python o las obtendrán de alguna librería.

NumPy es una biblioteca de Python que da soporte para crear vectores y matrices multidimensionales, junto con una gran colección de funciones matemáticas de alto nivel para operar con ellas.

Jupyter **Notebook** (archivos con terminación .ipynb) es una interfaz que permite la inclusión de texto, video, audio, imágenes así como la ejecución de código a través del navegador en múltiples lenguajes.

Python: Funciones y Librería Numpy

Es común importar NumPy escribiendo "import numpy as np": le estamos pidiendo a Python que invoque en nuestro archivo la librería NumPy y que cada vez que queramos usarla que la reconozca con el “apodo” np.

Archivo tutorial en Python

Hola, este es un archivo *.ipynb para introducir una forma de analizar datos y graficar histogramas usando código de Python

En este ejemplo vamos a suponer que medimos una temperatura 30 veces.

```
[3] # Primero importo librerías necesarias
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np

    # La documentación correspondiente puede consultarse online:
    # https://matplotlib.org/
    # https://numpy.org/
```

```
[4] # Luego introduzco mi conjunto de datos (no hace falta ordenar los datos de menor a mayor)
    temperaturas=np.array([39, 32, 47, 33, 34, 34, 32, 34, 35, 36, 36, 36, 36, 37, 33, 38, 38, 38, 38, 38
```

```
[5] #Si quiero chequear cuantos datos tiene mi conjunto, puedo usar el comando size:
    print(np.size(temperaturas))
```

Los vectores (unidimensionales) y matrices (bidimensiones) se generalizan en arreglos n-dimensionales. Esta estructura de datos es la central de la biblioteca numpy. Un arreglo (array) tiene una grilla de valores (datos crudos) junto con información sobre cómo ubicarlos y cómo interpretarlos.

La función np.size() calcula el tamaño de la muestra. Le damos como parámetro de entrada el array de temperaturas.

Python: Print

Si corren las celdas de código anterior (con el botón de ejecutar arriba a la izquierda de la celda) **las variables están definidas** pero no verán ninguna respuesta. Al definir estas variables Python entiende lo que le dicen pero no le están pidiendo nada, entonces no nos devuelve nada. **Para “ver” el contenido de las variables podemos "imprimirlas”** (con la función print) para que nos las “muestre”.

```
[ ] #Si quiero chequear cuantos datos tiene mi conjunto, puedo usar el comando size:
    print(np.size(temperaturas))
```

```
[ ] #Se pueden buscar mínimo y máximo (especialmente si el conjunto está desordenado!)
    print("mínimo=", np.min(temperaturas), "máximo=", np.max(temperaturas))
```

```
#Con estos datos puede determinarse el rango fácilmente
rango=np.max(temperaturas)-np.min(temperaturas)
print(rango)
```

```
[ ] #Si decido construir un histograma de, por ejemplo, 5 clases, puedo calcular el ancho de clase dividiendo el rango por esta cantidad
    ancho=rango/5
    print(ancho)
```

CLASE 6

Incertezas Sistemáticas

Son incertezas que **no están relacionadas con las fluctuaciones aleatorias** de las variables a medir → **no decrecen con el aumento del número de mediciones**. Típicas incertezas sistemáticas aparecen cuando los instrumentos de medición están mal calibrados o son influenciados por el entorno, por ejemplo: la regla tiene una marca mal colocada o con una incerteza de construcción.

Un error sistemático afecta a todas las medidas por igual, está completamente correlacionado de la misma manera en todas las medidas.

Es difícil muchas veces saber si están presentes o no! Pero una vez que lo sabemos lo podemos tener en cuenta en el estudio de incertezas → Gran parte de los resultados experimentales generan debates sobre su correcta estimación → Importante es entonces una de las características del método científico es que los experimentos sean reproducibles y den resultados similares.

En parte de la bibliografía y quizás durante la materia asociemos la incerteza sistemática a la incerteza instrumental no estadística ("error del fabricante"), pero en gran cantidad de los casos no es solo esto.

Ver Capítulo 4 del Libro de Barlow, entre otros.

Incertezas No Estadísticas

Si entendemos a la incertezas sistemáticas como las incertezas no estadísticas. Podemos distinguir dentro de ellas también lo siguiente (entre otras)*:

- **Incertidumbre en la calibración del instrumento**
- **Incertidumbre de indeterminación**
  - Ejemplo: La mesa que mido no tiene bordes o límites bien definidos.
- **Incertidumbre de interacción**
  - Ejemplo: la “temperatura” del termómetro modifica la temperatura del líquido a medir.

Depende un poco de las consideraciones en las distintas áreas de trabajo como agruparlas.

En nuestro caso preferimos agruparlas también dentro de las incertezas sistemáticas al reportar resultados finales.

Importancia de las Incertezas Sistemáticas (o posibles errores)

Anomalía de neutrinos superlumínicos

En 2011, el experimento OPERA observó por error que los neutrinos parecían viajar más rápido que la luz. Incluso antes de que se descubriera el error, el resultado fue considerado anómalo porque se cree que velocidades superiores a la de la luz en el vacío violan la relatividad especial, piedra angular de la comprensión moderna de la física durante más de un siglo.[1]

Los científicos de OPERA anunciaron los resultados del experimento en septiembre de 2011 con la intención de promover más investigación y debate. Más tarde, el equipo informó de dos errores en la configuración de sus equipos que habían causado errores muy por fuera de su intervalo de confianza original: un cable de fibra óptica conectado incorrectamente, lo que provocó que las mediciones fueran aparentemente más rápidas que la luz, y un oscilador de reloj demasiado rápido.[2] Los errores fueron confirmados primero por OPERA después de un informe de ScienceInsider; la explicación de estas dos fuentes de error eliminó los resultados más rápidos que la luz.

En marzo de 2012, el experimento ICARUS coubicado informó de velocidades de neutrinos compatibles con la velocidad de la luz en el mismo haz de impulsos cortos que OPERA había medido en noviembre de 2011. ICARUS utilizó un sistema de cronometraje diferente de OPERA y midió siete neutrinos distintos.[3] Además, los experimentos Gran Sasso con BOREXINO, ICARUS, LVD y OPERA midieron en mayo la velocidad de los neutrinos con un haz de impulsos cortos, y obtuvieron concordancia con la velocidad de la luz.[4]

El 8 de junio de 2012, el director de investigación del CERN, Sergio Bertolucci, declaró en nombre de los cuatro equipos del Gran Sasso, entre ellos OPERA, que la velocidad de los neutrinos es consistente con la de la luz. El comunicado de prensa, elaborado a partir de la 25ª Conferencia Internacional de Física de Neutrinos y Astrofísica en Kioto, afirma que los resultados originales de la OPERA fueron incorrectos, debido a fallos en la instrumentación.[4]

El 12 de julio de 2012 OPERA actualizó su artículo incluyendo las nuevas fuentes de errores en sus cálculos. Encontraron que la velocidad de los neutrinos coincidía con la de la luz.[5]

→ ABC → Ciencia

Los físicos buscan un error que explique los neutrinos más veloces que la luz

≡ Clarín Sociedad

La cautela de los científicos: un resultado "interesante", pero que debe ser verificado

El argentino Roberto Terlevich, investigador del INAEO de México y la Universidad de Cambridge, advirtió sobre las dificultades para establecer lo que los científicos llaman "errores sistemáticos". Y relativizó la magnitud del hallazgo.

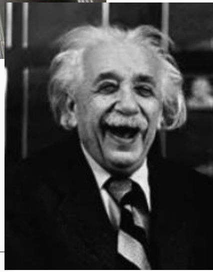
CIENCIA >

Otro experimento refuta que los neutrinos viajen más rápido que la luz

El detector Icarus en Italia no detecta los resultados del experimento Opera sobre la velocidad de estas partículas, anuncia el CERN

EL PAÍS

Ginebra / Madrid - 16 MAR 2012 - 11:19 ART



[Anomalia de neutrinos superlumínicos]

Incerteza sistemática e incerteza estadística

La **incerteza estadistica** (aleatoria) se muestra cuando mediciones repetidas, de la misma cantidad, dan valores diferentes.

La **incerteza sistemática** se refiere a un efecto que influye por igual en todas medidas de una determinada cantidad.

[D.C. Baird]

Incerteza Total

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{stat}^2 + \sigma_{sys}^2}$$

Este procedimiento de sumar los cuadrados de las incertezas es un resultado de la estadística*, y proviene de suponer que todas las distintas fuentes de incertezas son **independientes** unas de otras.

En base a lo visto hasta hora en la materia podemos escribir todo también como (**según distintas bibliografías**):

$$\sigma_{nom} = \sqrt{\sigma_{ap}^2 + \sigma_{def}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{cal}^2}$$

(Instrumental o nominal)

$$\sigma_{est} \equiv \sigma_{stat} \equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \equiv \frac{\mathrm{S}}{\sqrt{n}}$$

(estadistica)

- incerteza de apreciación (ap): La mínima división que podemos resolver con algún método de medición.
- incerteza de indeterminación (def): Falta de resolución (definición) del objeto a medir.
- incerteza de interacción (int): Interacción del instrumento con el objeto a medir.
- error de calibración (cal): Imperfección o mala calibración del instrumento.

$$\boxed{\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{ap}^2 + \sigma_{def}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{cal}^2 + \sigma_{est}^2}}$$

Combinación de mediciones independientes con distintas incertezas

Generalizando, el peso que se le da a un resultado al promediar debe ser proporcional a la inversa del cuadrado de la incerteza. Al tratar con mediciones de la misma cantidad, cada una con un una incerteza σ_i el promedio correcto es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i/\sigma_i^2}{\sum 1/\sigma_i^2}. \qquad V(\bar{x}) = \frac{1}{\sum 1/\sigma_i^2}.$$

Número Equivalente (mal llamado "Óptimo de Medidas")

Podemos definir el *"Número Equivalente (o mal llamado Óptimo)"* de medidas, pidiendo que la <u>incerteza estadística sea igual o menor que la incerteza instrumental o sistemática</u> (de ser posible).

Cuando esto sucede, n es el número óptimo de medidas (n_{opt}).

Realizar un número mayor de medidas reducirá la incerteza estadística, pero no la vinculada al al proceso de medido o instrumento (no estadística), por lo cual no tiene mucho sentido seguir midiendo → es el momento de invertir esfuerzos (tiempo, recursos ecónomicos, experimentos adicionales) para reducir las incertezas sistemáticas.

$$\sigma_{stat} \approx \sigma_{sys}$$

$$\sigma_{stat} \equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \equiv \frac{\mathrm{S}}{\sqrt{n}}$$

$$\boxed{n_{opt} = \left(\frac{\mathrm{S}}{\sigma_{sys}}\right)^2}$$

En general, inicialmente en esta materia, vamos a suponer a la <u>incerteza sistemática</u> como toda la incerteza <u>instrumental</u> asociada al proceso de medición (que es <u>no estadística</u> o que no disminuye con el número de mediciones) como un criterio seguro y conservador para estimar esta incerteza.

$$\boxed{n_{opt} = \left(\frac{\mathrm{S}}{\sigma_{instrumental}}\right)^2}$$

Número Equivalente (“óptimo de medidas”)

Quizás *“Número Óptimo”* de medidas no sea la mejor nomenclatura. Volviendo sobre su definición es el número de medidas para el cual la incerteza estadística es equivalente a la instrumental (no estadística). A partir de esta cantidad de medidas si seguimos tomando medidas seguirá bajando el valor de la incerteza estadística pero con poco impacto sobre la incerteza total que ya comienza a estar dominada por la incerteza instrumental. **A partir de este número de medidas no tiene sentido seguir tomando un gran número de medidas adicionales.**

$$\boxed{n_{opt} = \left(\frac{\mathrm{S}}{\sigma_{instrumental}} \right)^2}$$

Ver Capítulo 1 - Física re-Creativa – S. Gil y E. Rodríguez.

¿Cómo se escribe el resultado de una medición?

El resultado final de una medición lo expresamos como el **mejor estimador de su valor esperado** (que en nuestro caso asumimos es el **valor promedio de las medidas realizadas** de la cantidad a estimar) y **su incerteza total**:

$$\boxed{x_{medido} = \bar{x} \pm \sigma_{total}}$$

Concordancia o Discrepancia de medidas y valores Diferencias significativas

En estadística se describe una medida matemática que evalúa la diferencia entre distintos valores medidos. Se dice que la diferencia es estadísticamente significativa cuando es mayor de lo esperable dadas por las fluctuaciones aleatorias (incertezas estadísticas) o las totales involucradas en medidas con distintas características. A esta comparación matemática también se la conoce como estudio de **diferencias significativas**.

$$|\text{valor}_1 - \text{valor}_2| < \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\frac{|\text{valor}_1 - \text{valor}_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} < 1 \rightarrow \text{ Valores Equivalentes(?)}$$

$$|\text{valor}_1 - \text{valor}_2| > \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\frac{|\text{valor}_1 - \text{valor}_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} > 1 \rightarrow \text{ Valores Distintos(?)}$$

Concordancia o Discrepancia de medidas y valores

Si una magnitud física ha sido medida o determinada con dos (o más) métodos independientes es posible (y muy probable) que los valores no coincidan. Sin embargo, esta discrepancia entre los valores no implica que los resultados sean diferentes. Recordemos que una medición no nos da como resultado un número sino un intervalo. Ese intervalo nos dice que tendremos una cierta probabilidad de, si volvemos a realizar la medida, encontraremos el nuevo resultado comprendido en dicho intervalo. Por lo tanto si los resultados de **dos medidas (valor$_1$ y valor$_2$)** con sus correspondientes **incertezas (σ_1 y σ_2)** son:

$$\frac{|\mathrm{valor}_1 - \mathrm{valor}_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} < 1 \rightarrow \text{ Valores Equivalentes(?)}$$

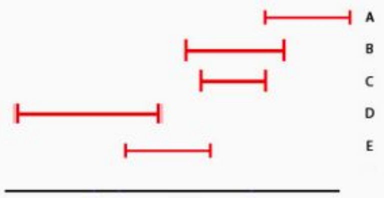
$$\frac{|\mathrm{valor}_1 - \mathrm{valor}_2|}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} > 1 \rightarrow \text{ Valores Distintos(?)}$$

Bajo ciertas aproximaciones podemos decir que con un nivel de confianza de ~ 68% las mediciones son distintas si se da el caso inferior (para el caso de distribuciones Gaussianas como veremos en la próxima clase). **En el caso de ser menor o mayor a 2 tenemos un mejor nivel de confianza** de ~95% (en el caso Gaussiano).

Concordancia o Discrepancia de medidas y valores

Se puede también utilizar el método de comparar los intervalos correspondientes a distintas medidas. Este método se puede usar para comparar más de dos resultados. Se puede utilizar también como un método "gráfico". Se dibujan los intervalos de confianza y se analiza la interacción de los mismos. Dados $A = \bar{A} \pm \Delta A$ y $B = \bar{B} \pm \Delta B$, si la intersección es nula, entonces los resultados presentan diferencias significativas. Si $A \cap B = \varnothing \rightarrow$ entonces A y B SI presentan diferencias significativas. En cambio, si la intersección es distinta de cero (no nula), entonces los resultados NO presentan diferencias significativas. Si $A \cap B \neq \varnothing \rightarrow$ entonces A y B NO presentan diferencias significativas.

Ejemplo



Solución:

A, B y C: NO presentan diferencias significativas, porque $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

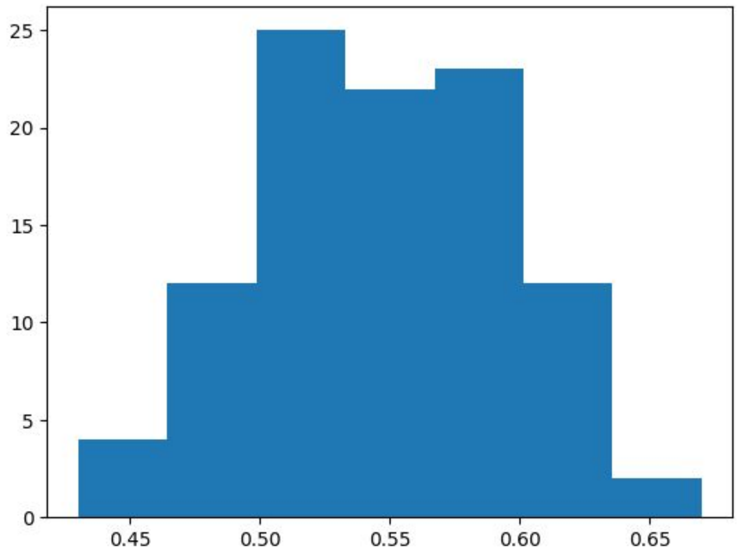
D con A, B y C: sí presentan diferencias significativas, porque $D \cap A = \emptyset$, $D \cap B = \emptyset$ y $D \cap C = \emptyset$

Pero D y E no presentan diferencias significativas, porque $D \cap E \neq \emptyset$

CLASE 7

Distribución de valores de medidas

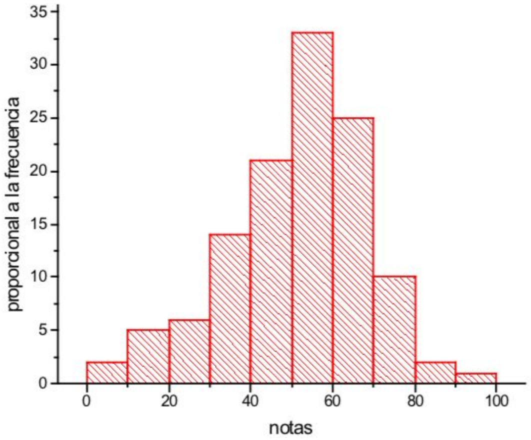
¿Qué pasa si tomamos un número aproximado de 100 datos para la medida de la mesa con la regla o de los tiempos de caída de un objeto y graficamos un histograma?

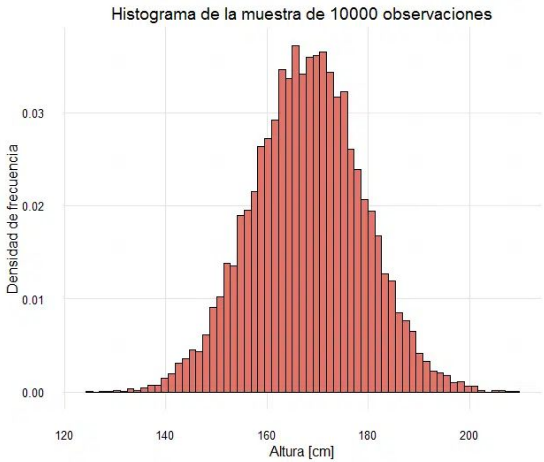


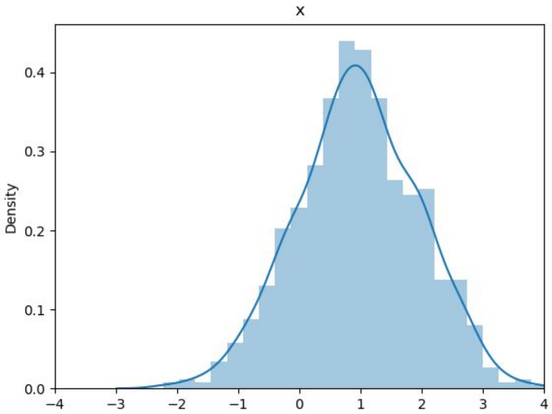
Tarea: Hacer los histogramas para las medidas de la mesa ;-)

Distribución de valores de medidas

¿Y si graficamos distribución de notas de estudiantes, o alturas de personas o alguna otra cantidad aleatoria?



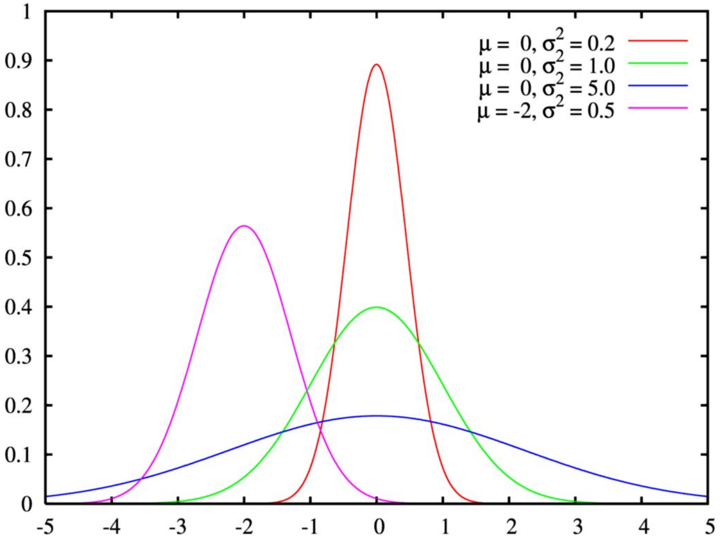




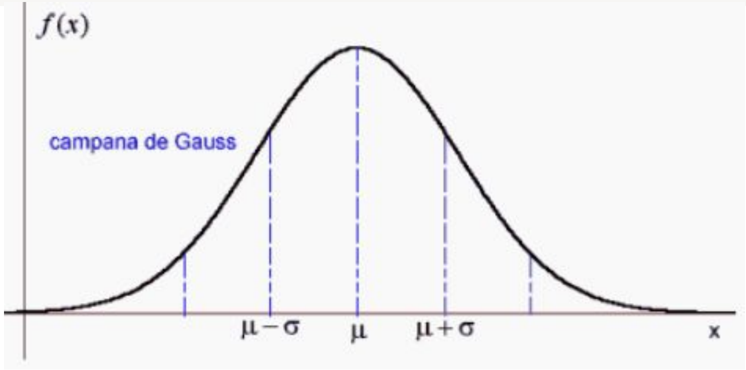
¿Qué forma funcional parecen tener todas estas distintas distribuciones de medidas?

Distribución de Gauss (o Normal)

La **distribución de Gauss** es la que generalmente describe la forma de las distintas distribuciones de medidas! Como vimos, para variables continuas, la probabilidad de obtener distintas medidas está caracterizada por la **función densidad de probabilidad:**



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



Debido a que es la distribución que normalmente describe las medidas experimentales se le dio al momento de proponer también el nombre de **Distribución Normal**.

Distribución de Gauss

Si una variable (medida) *x* presenta una distribución Gaussiana se encuentran los siguientes resultados:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i$$

$$\sigma = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

Distribución de Gauss

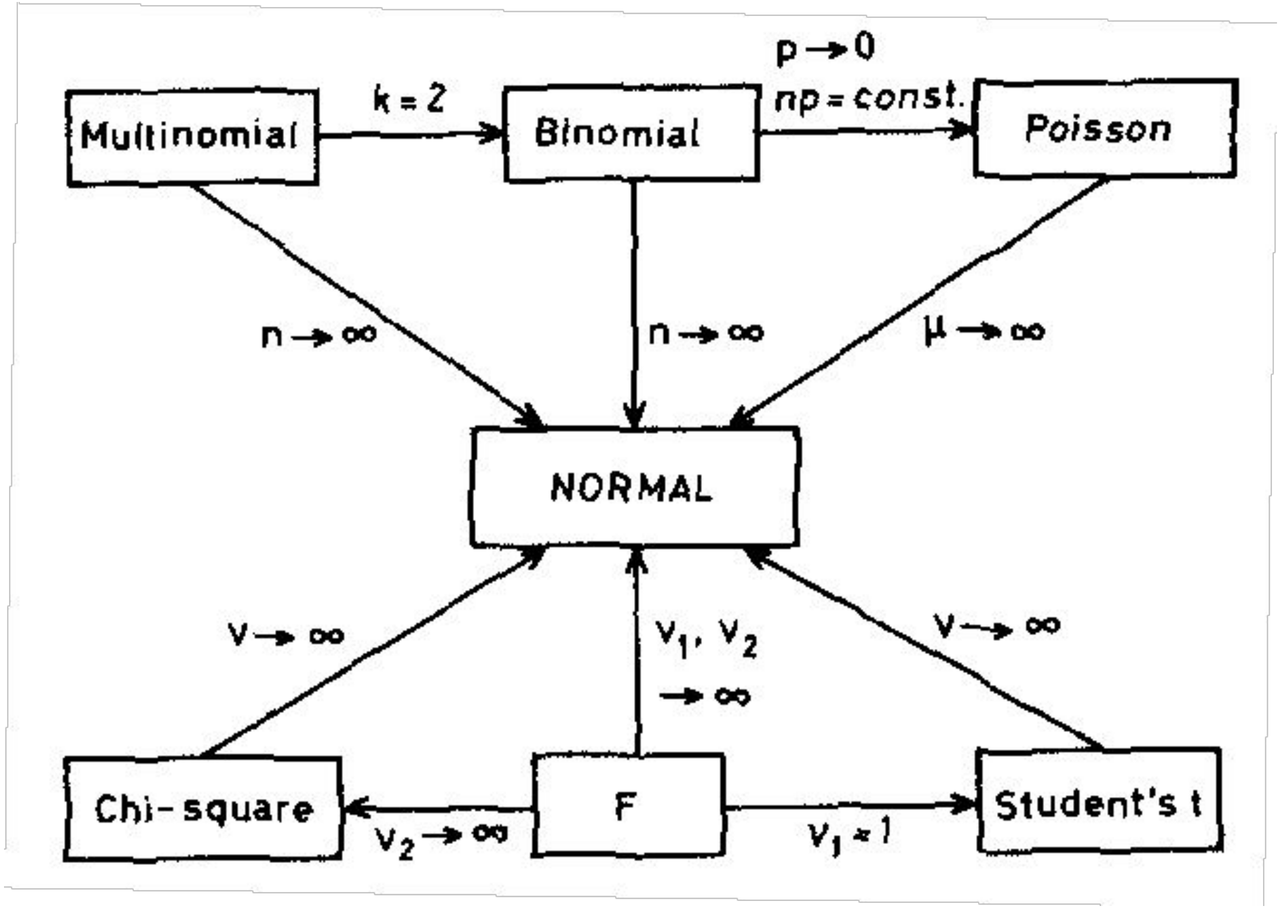
¿Por qué las distribuciones de variables (medidas) con carácter aleatorio presentan una distribución tipo Gaussiana?

"Los Matemáticos piensan que seguramente hay una razón física y los Físicos piensan que seguramente hay una razón matemática" (Lippman citado por Poincare)

Principalmente hay dos razones:

1. Varias distribuciones **tienden a una distribución Gaussiana** en algún límite.
2. **El Teorema Central del Límite.**

1) Es el límite de otras funciones de distribución



Probability and Statistics in Particle Physics. A.G. Frodesen, O. Skjeggestad and H. Tofte. Capítulo 5.

2) Teorema Central del Límite

Las mediciones adquieren incertezas de muchas fuentes diferentes. Cuando medimos la longitud de la mesa usando una regla, todo tipo de inexactitudes se van agregando: óptica, paralaje, la calibración de la regla, los errores de redondeo, el temblor de la mano, etc.
Las variaciones en las medidas que hacemos no se deben a una sola causa, si no a muchas. Hay un resultado poderoso y sorprendente sobre el comportamiento de un variable que es la suma de varias otras → Teorema Central del Límite

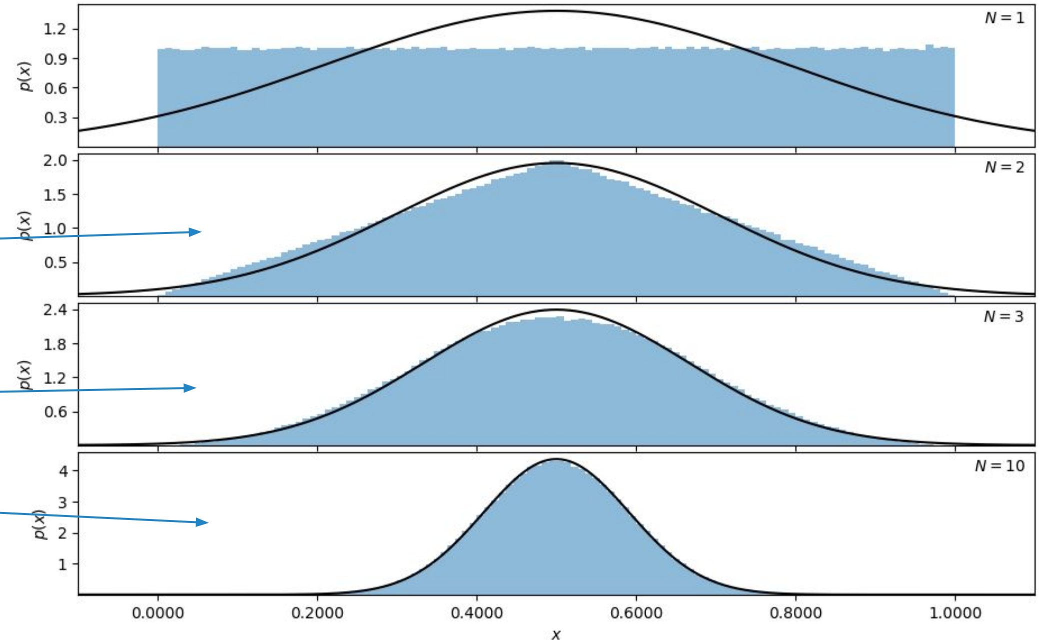
> *“Si **se suman distintas contribuciones independientes**, el valor medio final es la suma de los valores medios, la varianza total es la suma de las varianzas y la distribución de la **variable resultante tiende a una distribución gaussiana**”*

Una cantidad producida por el efecto acumulativo de muchas variables independientes será, al menos aproximadamente, gaussiana, sin importar cuáles sean las distribuciones de las variables originales. Las incertezas de medición se comportan en consecuencia, al igual que muchas otras cantidades observadas. Por ejemplo, las alturas humanas están bien descritas por una distribución gaussiana, ya que éstas se deben a los efectos combinados de muchos factores genéticos y ambientales.

Ver Capítulo 4 del Libro de Barlow.

Teorema Central del Límite - Distribución Uniforme

- Promedio dos elementos cualesquiera de los primeros elementos de una distribución uniforme y gráfico la distribución de promedios (de a dos elementos)
- Promedio tres elementos y gráfico la distribución de los promedios con tres elementos
- Repito pero ahora promediando de a 10 elementos.

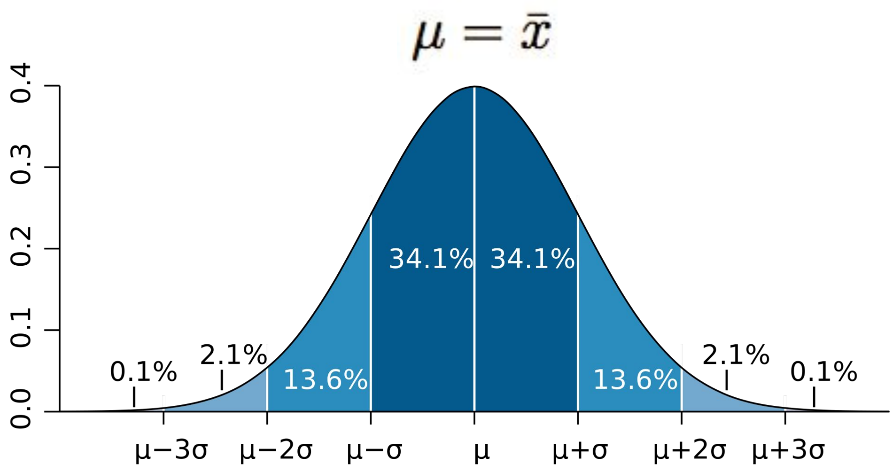


https://www.astroml.org/book_figures/chapter3/fig_central_limit.html

Características de la Distribución de Gauss

68.27% del área se encuentra dentro de 1σ de la media,
95.45% se encuentra dentro de 2σ,
99.73% se encuentra dentro de 3σ.

Si se requieren números redondos en los porcentajes
90% se encuentran dentro de 1.645 σ,
95% se encuentran dentro de 1.960 σ,
99% se encuentran dentro de 2.576 σ,
99.9% se encuentran dentro de 3. 290 σ.



$$\text{Área} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

Estos intervalos (en el caso de que podamos suponer una distribución normal o de Gauss de las medidas) nos dice que tendremos una cierta probabilidad de, si volvemos a realizar la medida en las mismas condiciones, encontrar un nuevo resultado comprendido en dicho intervalo. La probabilidad será por ejemplo de 95% si consideramos como resultado el intervalo comprendido entre 2 σ.

Características de la Distribución de Gauss

Recordemos que **una medición** no nos da como resultado un número sino un intervalo. Ese intervalo nos dice que tendremos una cierta probabilidad de, si volvemos a realizar **una nueva medida (x_i)** en las mismas condiciones, encontraremos el nuevo resultado comprendido en dicho intervalo según los rangos de incertezas:

$$P(\bar{x} - \sigma < x_i < \bar{x} + \sigma) \approx 0.68$$

$$P(\bar{x} - 2\sigma < x_i < \bar{x} + 2\sigma) \approx 0.95$$

$$P(\bar{x} - 3\sigma < x_i < \bar{x} + 3\sigma) \approx 0.99$$

Características de la Distribución de Gauss y Valores Medios

Supongamos que volvemos repetir un conjunto de medidas y calculamos nuevamente su valor medio $\overline{x}_k$ ¿en qué intervalo hay una probabilidad del 68 % (95% o 99%) que el **valor medio** de este nuevo conjunto de medidas caiga en ese intervalo?

$$P(\bar{x} - \sigma_{\bar{x}} < \bar{x}_k < \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}) \approx 0.68$$

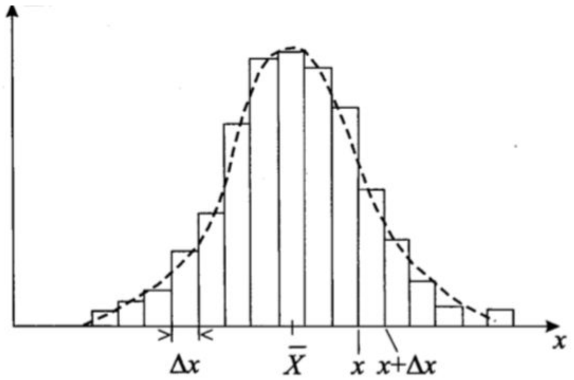
$$P(\bar{x} - 2\sigma_{\bar{x}} < \bar{x}_k < \bar{x} + 2\sigma_{\bar{x}}) \approx 0.95$$

$$P(\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}} < \bar{x}_k < \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}}) \approx 0.99$$

Histogramas, frecuencia y función densidad de probabilidad

Para que un histograma que representa una frecuencia (cantidad de entradas por intervalo de clase) represente una densidad de probabilidad tenemos que *"normalizarlo"* a un Área Unidad. Para el caso de tener un número ***m*** de clases (bines) tenemos:

$$\text{Area} = \sum_{i=1}^{m} n_i^{norm}.\Delta x_i = 1$$



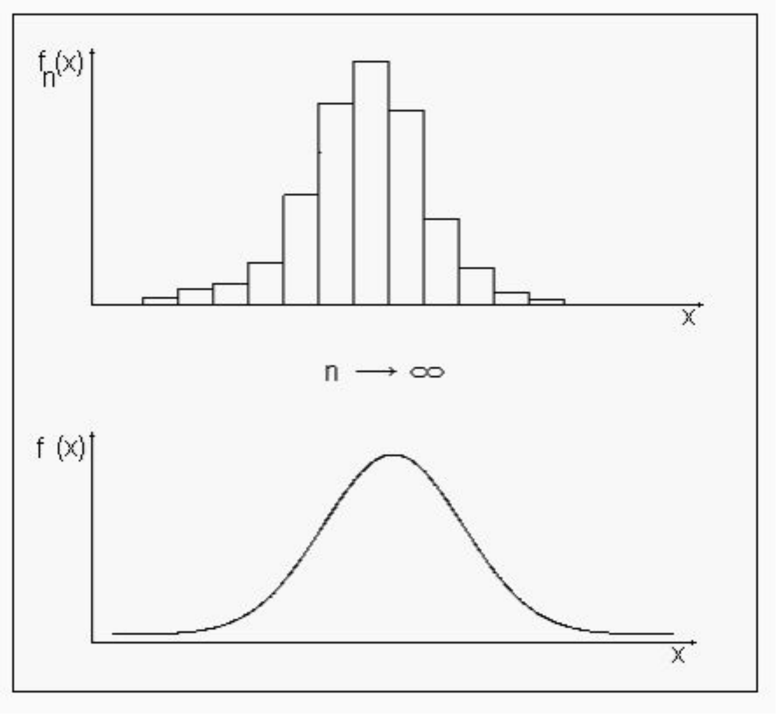
$$\boxed{\text{bin normalizado} = \frac{n_i}{\Delta x_i . N}} \quad \text{con } N = \sum_{i=1}^{m} n_i$$

En general vamos a trabajar con clases (bines) de un **mismo tamaño con lo cual es suficiente *"normalizar"* o trabajar de manera equivalente con**:

$$\text{bin normalizado} = \frac{n_i}{N}$$

Histogramas, frecuencia y función densidad de probabilidad

En el límite $N \rightarrow \infty$ y $\Delta x_i \rightarrow 0$ el histograma *"normalizado"* tiende a la función densidad de probabilidad *f(x)*:



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

Python: librería Matplotlib

Matplotlib es una librería de Python especializada en la creación de gráficos en dos dimensiones.

Para crear un gráfico con matplotlib es habitual seguir los siguientes pasos:

```python
# Importar el módulo pyplot con el alias plt
import matplotlib.pyplot as plt
# Crear la figura y los ejes
fig, ax = plt.subplots()
# Dibujar puntos
ax.scatter(x = [1, 2, 3], y = [3, 2, 1])
# Guardar el gráfico en formato png
plt.savefig('diagrama-dispersion.png')
# Mostrar el gráfico
plt.show()
```

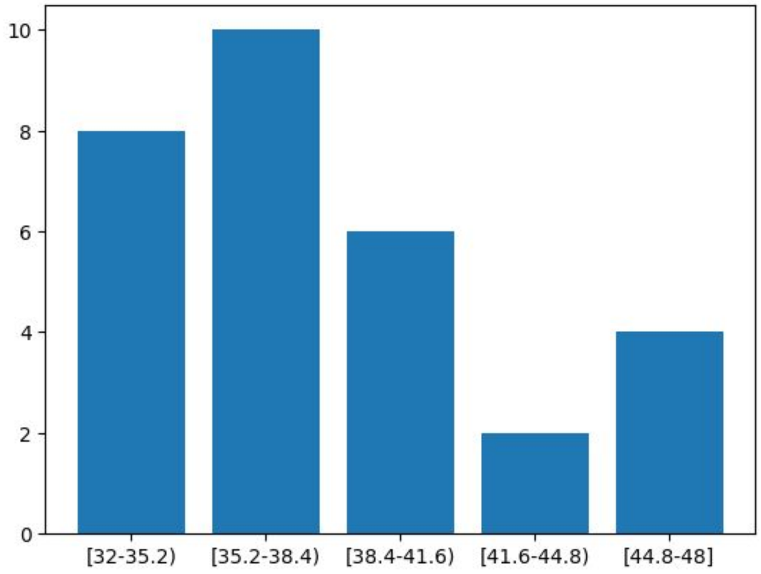
1. Importar el módulo pyplot.
2. Definir la figura que contendrá el gráfico, que es la región (ventana o página) donde se dibujarán y los ejes sobre los que se dibujarán los datos. Para ello se utiliza la función subplots().
3. Dibujar los datos sobre los ejes. Para ello se utilizan distintas funciones dependiendo del tipo de gráfico que se quiera.
4. Personalizar el gráfico. Para ello existen multitud de funciones que permiten añadir un título, una leyenda, una rejilla, cambiar colores o personalizar los ejes.
5. Guardar el gráfico. Para ello se utiliza la función savefig().
6. Mostrar el gráfico. Para ello se utiliza la función show().

[Un manual de matplotlib]()

Python: librería Matplotlib

```
clases=np.array(["[32-35.2)", "[35.2-38.4)", "[38.4-41.6)", "[41.6-44.8)", "[44.8-48]"])
frecuencias=np.array([8,10,6,2,4])

# Para graficar un histograma genero el plot, y en el mismo incorporo los datos a través de la información en ejes x e y
fig,ax=plt.subplots()
ax.bar(clases, frecuencias)
plt.show()
```



[Un manual de matplotlib]

CLASE 8

Más de una variable

En algunos casos, cada elemento de datos consta no solo de un valor sino de dos, tres, o más. Por ejemplo, se podría registrar la posición y el tiempo de un partícula en movimiento, de modo que los datos son un conjunto de pares de medidas (x, t). La altura, el peso, las notas y la resistencia física medida para una clase de estudiantes podrían ser registrados, por lo que habría un elemento de datos para cada estudiante, cada uno compuesto por cuatro resultados individuales. Esto añade un nuevo aspecto a la propiedades de la muestra de datos, y **uno puede investigar la relación entre las cantidades**.

La Varianza (caso de una variable)

Starting from $V = \frac{1}{N}\sum_i (x_i - \bar{x})^2$

multiply out the square $= \frac{1}{N}\sum_i (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$

separate into three sums $= \frac{1}{N}\sum_i x_i^2 - \frac{1}{N}\sum_i 2x_i\bar{x} + \frac{1}{N}\sum_i \bar{x}^2$

extract some factors to get $= \frac{1}{N}\sum_i x_i^2 - \frac{1}{N}2\bar{x}\sum_i x_i + \frac{1}{N}\bar{x}^2\sum_i 1$

which reduces to $= \overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2$

and finally $= \overline{x^2} - \bar{x}^2.$

So the fundamental formula is obtained

$$V(x) = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

or, equivalently,

$$V(x) = \frac{1}{N}\sum x_i^2 - \left(\frac{1}{N}\sum x_i\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

$$\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Notación cuando nos referimos a valores promedios **medidos**

$$\mu = \langle x \rangle$$

$$\sigma = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Notación cuando nos referimos a valores **esperados** (*"teóricos"*)

Ver Capítulo 2 del Libro de Barlow.

La Covarianza (más de una variable)

Supongamos que cada elemento de una muestra de N datos (ej: altura y edad de distintas personas) consta de un par de números, $\{(x_1,y_1), (x_2,y_2),(x_3,y_3)...,(x_N,y_N)\}$. Podemos encontrar sus medias, y varianzas, V(x) y V(y), y desviaciones estándar, σ_x y σ_y. Sin embargo, hay más información! También puede ver las dos variables juntas: ¿estan correlacionadas? ¿O dependen unas de otras? Esto se describe por la **covarianza** entre x e y, que se define como:

$$
\begin{aligned}
\operatorname{cov}(x, y) &= \frac{1}{N}\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\
&= \overline{(x - \bar{x})(y - \bar{y})} \\
&= \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}.
\end{aligned}
$$

Ver Capítulo 2 del Libro de Barlow.

La Covarianza

$$\begin{aligned} \operatorname{cov}(x, y) &= \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \overline{(x - \bar{x})(y - \bar{y})} \\ &= \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}. \end{aligned}$$

Si los valores de *x* que están por encima del promedio tienden a ocurrir juntos con valores de *y* también superiores al promedio, luego los signos de los dos términos en los elementos de la la suma tenderá a ser la misma, y la suma neta en la ecuación será positivo. Del mismo modo, si *x* mayor que el promedio tiende a ir con *y* menor, la covarianza es negativa. Si son independientes y desconectados entonces un x_i positivo tiene un igual probabilidad de ser multiplicado por un (y_i - *y*) positivo o negativo por lo que la suma neta es cero.

Notar que cov (*x*, *y*) es una generalización de la varianza, en que cov (*x*, *x*) = V(*x*).

La Correlación

La covarianza es útil, pero tiene dimensiones. Una covarianza entre la altura y el peso de 7,6, digamos, significa una cosa en centímetros-gramos y otra en kilogramos-metro. Una mejor medida de la relación entre dos variables es el coeficiente de correlación, ϱ. Esto se define como:

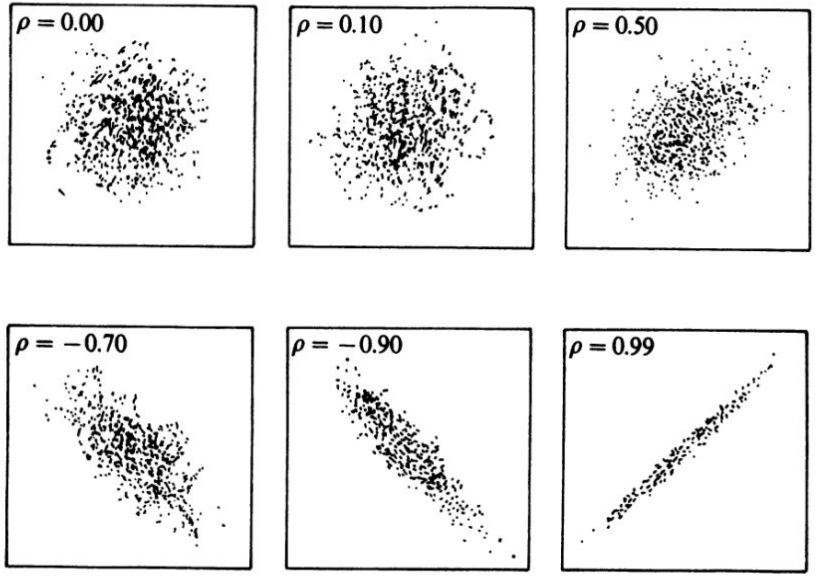
$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

La Correlación

ϱ es un número (adimensional) entre -1 y +1. Si ϱ es cero, *x* e *y* no están correlacionadas. Una correlación positiva significa que si una *x* en particular resulta ser mayor que la media *x*, entonces *y* también (en promedio) será mayor que la media *y*. Para ϱ negativa, una *x* mayor implica una *y* menor.

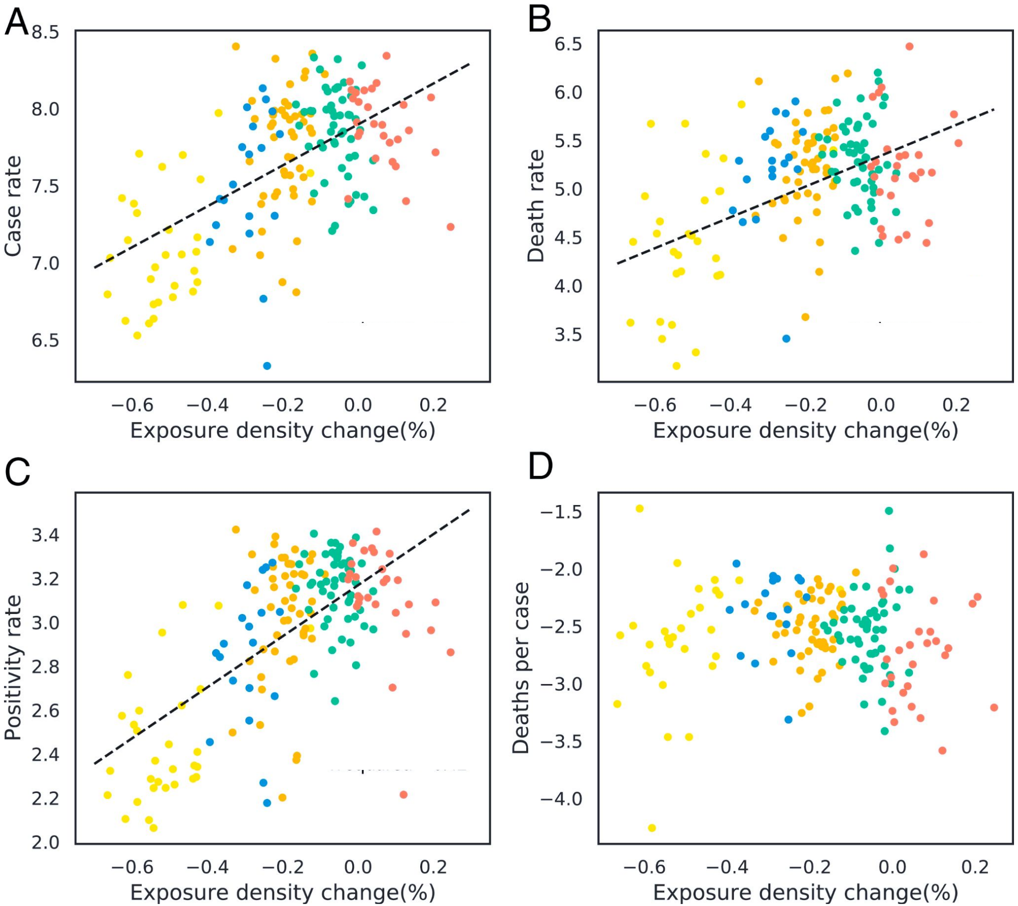
Si ϱ es 1 (o -1) entonces *x* e *y* están completamente correlacionadas: si conoce el valor de uno que especifica con precisión el valor del otro.

$$\rho = \frac{\mathrm{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$



¡Atención: Correlación y Causalidad no son equivalentes!

Ejemplos Estudios de Correlación



https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.2021258118

Combinación de incertezas

Supongamos tenemos f una función lineal de $x \rightarrow$ $f = ax + b$

donde a y b son constantes exactas pero x tiene alguna distribución con varianza V(x) o, de manera equivalente, incerteza σ_x . x representa una medida, o tal vez una resultado intermedio en el análisis, y f podría ser el resultado final u otro paso intermedio.

La varianza de f está dada por*:

$$
\begin{aligned}
V(f) &= \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2 \\
&= \langle (ax+b)^2 \rangle - \langle ax+b \rangle^2 \\
&= a^2\langle x^2 \rangle + 2ab\langle x \rangle + b^2 - a^2\langle x \rangle^2 - 2ab\langle x \rangle - b^2 \\
&= a^2(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2) \\
&= a^2 V(x). \longrightarrow \quad \sigma_f = |a|\sigma_x
\end{aligned}
$$

*Para seguir completamente esta cuenta necesitan algo más de conocimiento de análisis matemático y algunas propiedades de lo que se define como valor esperado. Ver Capítulos 3 y 4 del Libro de Barlow.

Combinación de incertezas

Supongamos que podemos aproximar y escribir (expansión en serie de Taylor):

$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0)\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)\bigg|_{x=x_0}$$

x_0 puede ser $\bar{x}$ o μ

$$V(f) = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2$$

$$V(f) \approx \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)^2 V(x)$$

$$\sigma_f \approx \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right| \sigma_x.$$

Una función de dos o más variables

$$f = ax + by + c$$

Ahora f es una función de dos variables x e y (a,b y c son constantes). Procediendo como antes tenemos:

$$\begin{aligned} V(f) &= a^2(\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2) + b^2(\langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2) \\ &\quad + 2ab(\langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle) \\ &= a^2V(x) + b^2V(y) + 2ab\,\mathrm{cov}(x, y). \end{aligned}$$

Escribiendo todo de manera general para cualquier f tenemos (utilizando misma notación de derivada que slide anterior):

$$V(f) = \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)^2 V(x) + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\right)^2 V(y) + 2\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\right)\mathrm{cov}(x, y)$$

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\right)\rho\sigma_x\sigma_y$$

Para seguir completamente esta cuenta necesitan algo más de conocimiento de análisis matemático y algunas propiedades de lo que se define como valor esperado. Ver Capítulo 4 del Libro de Barlow.

Varianza de función de dos o más variables

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\rho\sigma_x\sigma_y$$

A esta ecuación se llega por medio de una **aproximación**:

1. Es válida para **relaciones aproximadamente lineales de f con las distintas variables**.
2. Es válida para valores con dispersión pequeña alrededor de los valores medios $\sigma \ll \mu$.

Importancia del término de correlación

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\rho\sigma_x\sigma_y$$

En general nos olvidamos de tener en cuenta el término de correlación **¡pero es muy importante!**

Ejemplo: Pensemos un caso hipotético donde tenemos **dos variables completamente correlacionadas, ambas con la misma incerteza** y queremos **determinar la diferencia** entre ellas. Ambas van a fluctuar de la misma forma y de manera completamente correlacionada, con lo cual la diferencia es siempre igual y su fluctuación es Nula como se muestra en lo siguiente….

Importancia del término de correlación

Incerteza estadística sin término de correlación

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2}$$

$$f = x - y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 1; \frac{\partial f}{\partial y} = -1$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma$$

$$\sigma_f = \sqrt{2\sigma^2} \neq 0$$

La incerteza está sobrestimada!

Incerteza con término de correlación!

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)\rho\sigma_x\sigma_y$$

$$f = x - y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 1; \frac{\partial f}{\partial y} = -1$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma$$

$$\rho = 1$$

$$\sigma_f = \sqrt{2\sigma^2 - 2\sigma^2} = 0$$

Fórmula propagación de errores para variables no correlacionadas (o independientes)

$$\boxed{\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2}}$$

Ejemplo Medidas Indirectas: Volumen de un Cilindro

Mediciones	Diámetro (mm)	Altura (mm)	
Primera medición	12,55	19,90	4 c.s.
Segunda medición	12,30	19,85	
Tercera medición	12,70	20,30	
Media (promedio)	12,52	20,02	4 c.s.
Desviación Estándar	0,2021	0,2466	4 c.s.
Incertidumbre Estándar	0,1167	0,1424	4 c.s.
Incertidumbre de lectura	0,03	0,03	
Incertidumbre total en la medida			

$$\text{desviación estándar de una muestra} = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2}{3-1}}$$

$$\text{incertidumbre estándar} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$\text{incertidumbre total en la medida} = \sqrt{(\text{incertidumbre de lectura})^2+(\text{incertidumbre estándar})^2}$$

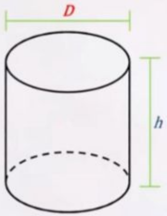
$$\text{incertidumbre total en la medida del diámetro} = \sqrt{(0,03)^2+(0,1167)^2} = 0,1$$

$$\text{incertidumbre total en la medida de la altura} = \sqrt{(0,03)^2+(0,1424)^2} = 0,1$$

$$\text{Diámetro} = 12,5\ mm \pm 0,1\ mm$$

$$\text{Altura} = 20,0\ mm \pm 0,1\ mm$$

→ 3 cifras significativas



$$Volumen = \frac{\pi D^2 h}{4}$$

$$Volumen = \frac{\pi * 12{,}5^2 * 20{,}0}{4}$$

$$Volumen = 2454{,}36926\ mm^3 \rightarrow Volumen = 2,45 * 10^3\ mm^3$$

3 cifras significativas

$$\sigma_y{}^2 = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_x{}^2$$

→ Regla de propagación de incertidumbre (para variables no correlacionadas) (*)

$$\sigma_V{}^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2 \sigma_D{}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2 \sigma_h{}^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi h D}{2} \qquad \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\boxed{\sigma_V{}^2 = \left(\frac{\pi h D}{2}\right)^2 \sigma_D{}^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \sigma_h{}^2}$$

(*) Estrictamente hay una correlación si es que se miden ambas cantidades con el mismo instrumento que tiene una misma incerteza instrumental. Pero por ahora vamos a despreciar ese término.

Ejemplo tomado de PUCP y A.J.Marzoca

Medidas Indirectas

En muchas situaciones experimentales la magnitud de interés no es medible en forma directa.

Por ej.: si queremos determinar el volumen de una esfera la magnitud que podemos medir en forma directa es el diámetro, D, y al volumen lo determinaremos mediante la expresión matemática correspondiente.

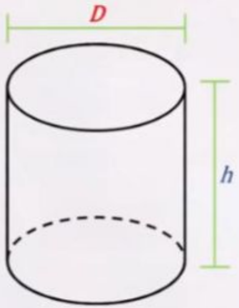
Otra situación similar nos encontramos al querer determinar la velocidad de un móvil, donde las magnitudes a medir serán la variación del vector desplazamiento y el tiempo transcurrido.

¿Cómo podemos estimar en estos casos la incertidumbre de magnitud determinada indirectamente?

Ejemplo Medidas Indirectas: Volumen de un Cilindro

$$Volumen = \frac{\pi D^2 h}{4}$$

$$Volumen = 2{,}45 * 10^3\ mm^3$$



$$Altura = h \pm \sigma_h$$
$$Altura = 20{,}0\ mm \pm \boxed{0{,}1\ mm}$$

$$Diámetro = D \pm \sigma_D$$
$$Diámetro = 12{,}5\ mm \pm \boxed{0{,}1\ mm}$$

$$\sigma_V{}^2 = \left(\frac{\pi h D}{2}\right)^2 \sigma_D{}^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \sigma_h{}^2$$

$$\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 = \left(\frac{2\sigma_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2$$

$$\sigma_V = 2,45 * 10^3 \sqrt{\left(\frac{2 * 0,1}{12,5}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{20,0}\right)^2}$$

$$\boxed{\sigma_V = 41{,}07\ mm^3}$$

¿Cuantas cifras significativas se usan?

Se pueden utilizar una o dos cifras significativas

$$\boxed{\sigma_V = 4 * 10\ mm^3}$$

$$\boxed{Volumen = 2{,}45 * 10^3 mm^3 \pm 4 * 10\ mm^3}$$

[Ejemplo tomado de PUCP y A.J.Marzoca]

Trabajar en grupo

- **El trabajo en grupo es el trabajo hecho por un grupo de personas, donde todos tienen un objetivo en común.**
- **El trabajo en grupo es indispensable para innovar en problemas, productos y servicios modernos, ya que la mayoría son sistemas complejos, en los que una sola persona no puede entender todas sus características. Por eso, el trabajo en equipo es fundamental especialmente para los trabajadores del conocimiento y la tecnología.**
- **El trabajo en equipo permite resolver problemas que, difícilmente, podría resolver un individuo por sí mismo, a cambio de un costo de coordinación y alineación entre sus miembros.**

Trabajar en grupo

¡A trabajar en grupo también se aprende!

Les dejamos algunos consejos:

- **Repartan tareas de manera clara.**
- **Designan un coordinador y responsable por cada trabajo/informe.**
- **Establezcan plazos de trabajo claros como grupo.**
- **Reconocer cuándo reunirse y cuándo trabajar individualmente.**
- **Sean honestos:** Si no tienen su parte hecha, o si no tendrán tiempo para completar su parte antes de la fecha límite, sean honestos al respecto y comuniquense con el grupo.
- **Establece normas de comunicación y mantenganse en contacto:** No desaparezcan por una semana sin avisar y comunicar el estado de su tarea asignada.
- **Escuchar todas las voces:** En cualquier trabajo en grupo (sea presencial o online) es vital tener en cuenta las opiniones de los compañeros. Siempre desde la cooperación y el respeto.
- **Adaptarse a los imprevistos que puedan surgir:** Durante el trabajo puede haber imprevistos que obliguen a modificar los planes. Procuren ser flexibles, adaptarse y ser comprensivos.
- **Sean tolerantes, respetuosos y amables**: Tenemos que aprender a convivir en las diferencias*. Esto no implica evitar discusiones. Esto implica que **discutan** sobre las diferencias pero con todo el respeto posible.

* Puede pasar que las diferencias impliquen que ciertas personas no puedan trabajar en un mismo equipo, pero que sea la excepción y no la regla.

Trabajar en grupo

- **Comuniquen con tiempo su disponibilidad en los proximos dias o semanas:** Avisen si tienen que preparar un examen o no van a estar disponibles por alguna razón.
- **En caso de dudas o posibles conflictos comuniquense de manera grupal o individual con los docentes. No vamos a castigar a nadie, pero podemos intentar ayudarlos a encontrar una solución a algún problema.**
- **Respeten el tiempo y trabajo de sus compañeros:** El trabajo que no hagan ustedes lo tendrá que hacer algún otro compañero.
- **El trabajo o informe entregado es responsabilidad de todo el grupo**: Quien ante una corrección exprese "que no lo miro" o "no fue quien lo hizo" implica que es **más responsable,** no menos, que el resto del grupo que si lo miro o lo hizo.
- **No se tienen que poner de acuerdo en todo, pero si llegar a acuerdos mínimos:** Una vez acordados lo lineamientos generales, dense la libertad de llevar adelante algún punto de manera o con su estilo personal.
- **Ayuden a otros:** Todos tenemos habilidades y conocimientos distintos. Colaboren ayudándose entre ustedes para desarrollar las distintas habilidades y conocimientos comunes para todos.

CLASE 9

Relaciones entre magnitudes físicas

Con saber medir una magnitud física dada y valorar el resultado de la medición desde el punto de vista de su significado estadístico, no está terminado el asunto. Esto sólo es el primer paso. Luego se estudia la *interdependencia causal* entre dos o más magnitudes físicas entre sí. En otras palabras, para establecer leyes físicas con las cuales se pueda predecir la evolución de un sistema dado es necesario previamente descubrir experimentalmente el tipo de relación que hay entre los valores numéricos de las magnitudes intervinientes y representar esta dependencia matemáticamente. En general tenemos situaciones donde una teoría nos dice cómo se relacionan funcionalmente distintas variables. Pero **no están determinados para cada caso particular de la naturaleza los valores específicos de los parámetros** de esa relación funcional.

Como en la práctica estos valores numéricos están todos afectados de incertezas de medición o fluctuaciones intrínsecas, es necesario aplicar un algoritmo que permita determinar algo así como "la relación más probable" entre dos magnitudes físicas, vinculadas causalmente por un mecanismo físico.

Comencemos por el caso más simple: supongamos que dos magnitudes *x* e *y* estén vinculadas linealmente. Ej: Longitud de un resorte y la Fuerza aplicada ($F=k.(x-x_0)$); Presión en un punto de un líquido y la distancia a la superficie ($P= P_0 + \varrho.g.h$); Velocidad en función de la aceleración ($v=v_0+ a.t$):

$$y = \mathbf{a}x + \mathbf{b}$$

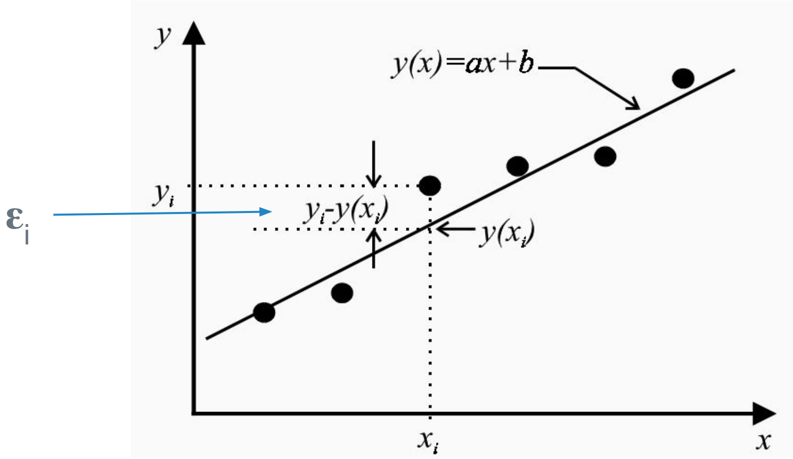
Relaciones entre magnitudes físicas

El problema es determinar los coeficientes a y b experimentalmente, a partir de la medición de *x* e y.
Si no hubiera incertezas en las mediciones de *x* e y, bastaría hacer dos pares de mediciones x_1, y_1 y x_2, y_2, y resolver el sistema:

$y_1 = ax_1 + b$

$y_2 = ax_2 + b$

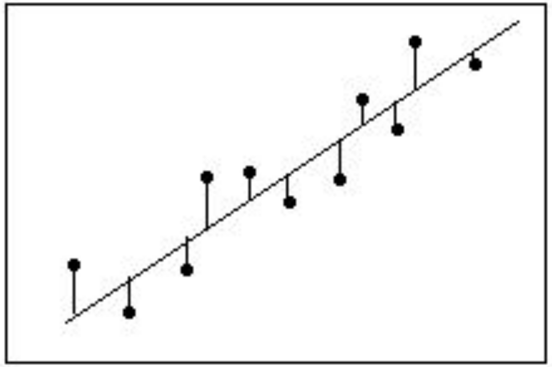
Desgraciadamente, esto nunca ocurre en la práctica. Debemos partir de una serie de pares de valores correspondientes (x_1 y_1 , x_2 y_2,...., x_N y_N) los cuales, debido a sus incertezas, nunca satisfacen exactamente una única relación y = $ax + b$ .En otras palabras, las diferencias $y_i - y(x_i) = y_i - (\mathbf{a}x_i + \mathbf{b}) = \boldsymbol{\varepsilon}_i$ nunca serán exactamente cero; los valores de ε_i serán positivos y negativos.



Cuadrados Mínimos

Procedamos como en el caso de una sola variable. La suma de los cuadrados ε^2 nos dará una cierta idea de las fluctuaciones (ahora combinadas) de x_i, y_i. Evidentemente, esa suma depende de los coeficientes **a** y **b** en la forma*:

$$\sum \varepsilon_i^2 = \sum (y_i - ax_i - b)^2 =$$
$$= a^2 \sum x_i^2 + b^2 N - 2a \sum x_i y_i - 2b \sum y_i - 2ab \sum x_i + \sum y_i^2$$



Queremos que la suma de las distancias entre la función (recta) y los datos sea Mínima!

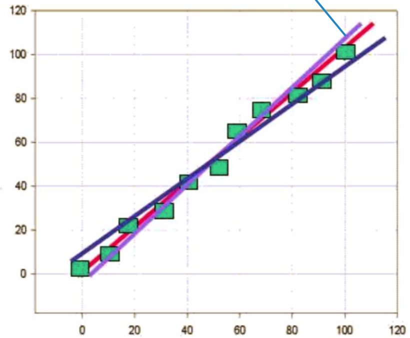
(*) de forma genérica la sumatoria se puede escribir también como: $\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x_i))^2$

Cuadrados Mínimos

Pedimos que **a** y **b** sean soluciones del sistema (condición de extremo)

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_i^2}{\partial a} = 0 \qquad \frac{\partial \sum \varepsilon_i^2}{\partial b} = 0$$

¿Cuál es la mejor recta que se ajusta a los datos?



Por lo tanto:

$$2a\sum x_i^2 - 2\sum x_i y_i + 2b\sum x_i = 0$$
$$2Nb - 2\sum y_i + 2a\sum x_i = 0$$

cuyas soluciones son:

$$a = \frac{N\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\overline{XY} - \overline{X}\,\overline{Y}}{\overline{X^2} - \overline{X}^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} = \frac{\overline{X^2}\,\overline{Y} - \overline{X}\,\overline{XY}}{\overline{X^2} - \overline{X}^2}$$

Para llegar a las segundas igualdades hemos tenido en cuenta la definición de los promedios $\overline{X} = \sum x_i / N$, $\overline{Y} = \sum y_i / N$, $\overline{X^2} = \sum x_i^2 / N$ y $\overline{XY} = \sum x_i y_i / N$.

Ver Capítulo 1 del Libro de Roederer.

Cuadrados Mínimos: Determinación de las incertezas de los parámetros (caso de una recta)

Atención (y disculpas...) por cambio de notación entre los parámetros a <--> b

Dado un conjunto de datos (x_i, y_i), los valores de a y b que definen la recta $y = a + bx$ que mejor ajusta a dicho conjunto (minimiza la función χ^2) se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones:

Vimos que: $$\chi^2(a,b) = \sum_{i=1}^{N}(y_i - (a + bx_i))^2$$ con:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \,.\, \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i\, y_i .\, \sum_{i=1}^N x_i}{N.\,(\sum_{i=1}^N x_i^2) - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

$$b = \frac{N.\, \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \,.\, \sum_{i=1}^N y_i}{N(\sum_{i=1}^N x_i^2) - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

Podemos trabajar bajo las siguientes hipótesis:

1) Las incertezas de las medidas de cada x_i son despreciables frente a las incertezas en cada y_i, $\boxed{\Delta x_i \approx 0}$;
2) Las incertezas para todo y_i son iguales, $\boxed{\Delta y_i = \Delta y_j, \forall\, i, j}$

Observando las expresiones para a y b, podemos considerar a ambos parámetros como funciones de las diferentes y_i

$$a = a(y_i)$$

$$b = b(y_i)$$

Cuáles son las incertezas de la determinación de éstos parámetros así calculados?

Clase 2020 (Requejo, Rodriguez Torres, Meyer)

Cuadrados Mínimos: Determinación de las incertezas de los parámetros (caso de una recta)

$$\sigma_a = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial a}{\partial y_i}\Delta y_i\right)^2} \qquad \sigma_b = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\Delta y_i\right)^2}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 . \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i\, y_i . \sum_{i=1}^{N} x_i}{N . \left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

Como $\Delta y_i = \Delta y_j, \forall\, i, j$

$$b = \frac{N . \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i . \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

$$\sigma_a = \Delta y \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial a}{\partial y_i}\right)^2} \qquad \sigma_b = \Delta y \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\right)^2}$$

Sólo resta calcular el valor de las derivadas parciales

Se puede demostrar que:

Siendo: $$D = \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2 - N\sum_{i=1}^{N} x_i^2$$

$$\sigma_a = \Delta y \sqrt{\frac{-\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{D}} \qquad \sigma_b = \Delta y \sqrt{\frac{-N}{D}}$$

Importante! Las variaciones de *a* y *b* no son independientes. Una fluctuación en *a* implica una en *b*, y viceversa. Esto es fundamental a la hora de usar la fórmula de propagar los errores de *a* y *b* en cálculos que los involucran a ambos como parámetros con incertezas. **Ver Sección 6.2 libro Barlow.**

[Clase 2020 (Requejo, Rodriguez Torres, Meyer)]

Python: librería Matplotlib

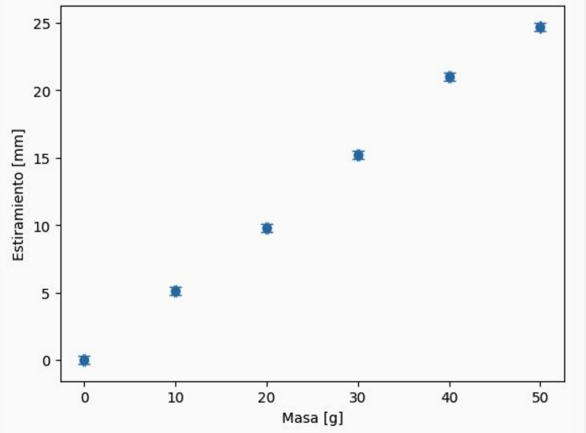
Modificando la presentación de un gráfico: para esto hay que pasar argumentos adicionales al “llamar” o “invocar” a la función

```
[3] #Gráfico de los datos
    plt.figure(1)
    plt.errorbar(masa1, resorte1, xerr=err_mas1, yerr=err_res1, marker='o', capsize=4, fmt=' ')
    plt.xlabel('Masa [g]')
    plt.ylabel('Estiramiento [mm]')

    plt.figure(2)
    plt.errorbar(masa2, resorte2, xerr=err_mas2, yerr=err_res2, marker='o', capsize=4, fmt=' ')
    plt.xlabel('Masa [g]')
    plt.ylabel('Estiramiento [mm]')

    plt.figure(3)
    plt.errorbar(masa3, resorte3, xerr=err_mas3, yerr=err_res3, marker='o', capsize=4, fmt=' ')
    plt.xlabel('Masa [g]')
    plt.ylabel('Estiramiento [mm]')


    plt.figure(4)  #Todos juntos
    plt.errorbar(masa1, resorte1, xerr=err_mas1, yerr=err_res1, marker='o', capsize=4)
    plt.errorbar(masa2, resorte2, xerr=err_mas2, yerr=err_res2, marker='o', capsize=4)
    plt.errorbar(masa3, resorte3, xerr=err_mas3, yerr=err_res3, marker='o', capsize=4)
    plt.xlabel('Masa [g]')
    plt.ylabel('Estiramiento [mm]')
```



Mostramos el ejemplo de plt.errorbar() pero vale de distintas formas para todo tipo de funciones en Python. Todas las funciones o métodos en Python tienen distintos tipos de argumentos que modifican la forma en que se ejecuta cada acción.

Python: Funciones

Para ejecutar el código dentro de la función, hay que hacer una *invocación de la función*, o una *llamada a la función.*

Se puede llamar a la función tantas veces como se desee.

Para llamar a la función solo necesitas hacer lo siguiente:

nombre_funcion(argumentos)

El nombre de la función tiene que ser seguido de paréntesis. Si hay algunos argumentos requeridos, tienen que ser pasados en paréntesis. En caso de que la función no tome ningún argumento, siempre se necesita de todos modos usar paréntesis.

Python: Argumentos de Funciones

La documentación muestra los valores que toman los argumentos por defecto (**predeterminado**) en caso de no especificarse explícitamente en el llamado de la función

matplotlib.pyplot.errorbar

```
matplotlib.pyplot.errorbar(x, y, yerr=None, xerr=None, fmt='',
ecolor=None, elinewidth=None, capsize=None, barsabove=False, lolims=False,
uplims=False, xlolims=False, xuplims=False, errorevery=1, capthick=None,
*, data=None, **kwargs)                                          [source]
```

Plot y versus x as lines and/or markers with attached errorbars.

x, *y* define the data locations, *xerr*, *yerr* define the errorbar sizes. By default, this draws the data markers/lines as well the errorbars. Use fmt='none' to draw errorbars without any data markers.

https://matplotlib.org/stable/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.errorbar.html

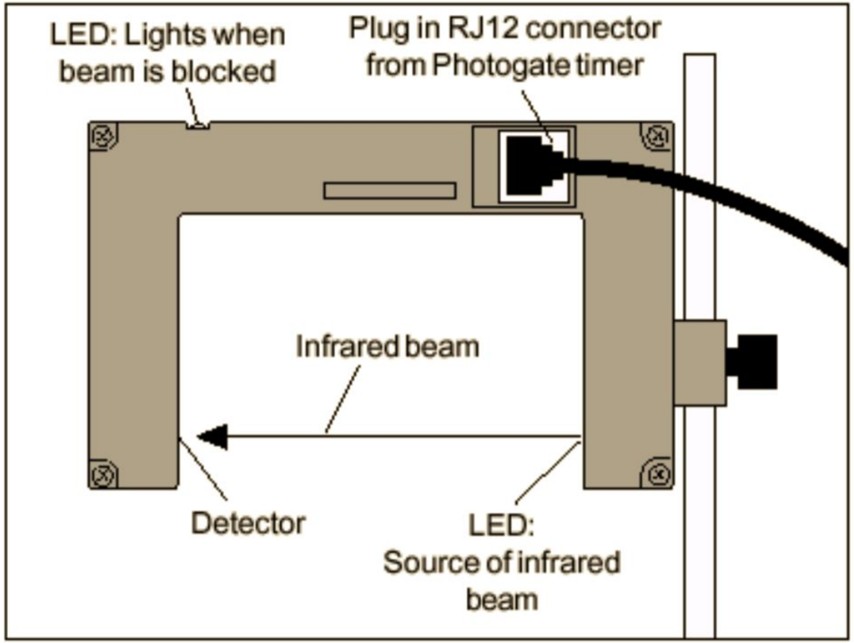
Python: Argumentos de matplotlib.pyplot.errorbar

- **fmt**: Contains string value. By default, this plot error bars with markers. Use 'none' to plot error bars without markers.
- **ecolor**: specifies the color of the error bars.
- **elinewidth**: specifies linewidth of the error bars.
- **capsize**: specifies the length of error bars in points or float.
- **capthick**: specifies the thickness of error bars cap in float or points.
- **barsabove**: It contains bool value. By default value is False, if the value is True error bars are plotted above the plot symbol.
- **lolims,uplims,xlolims,xuplims**: specifies that value gives only upper and lower limits. It contains bool value.
- **errorevery**: It contains integer values and is used to draw error bars on the subset of the data.

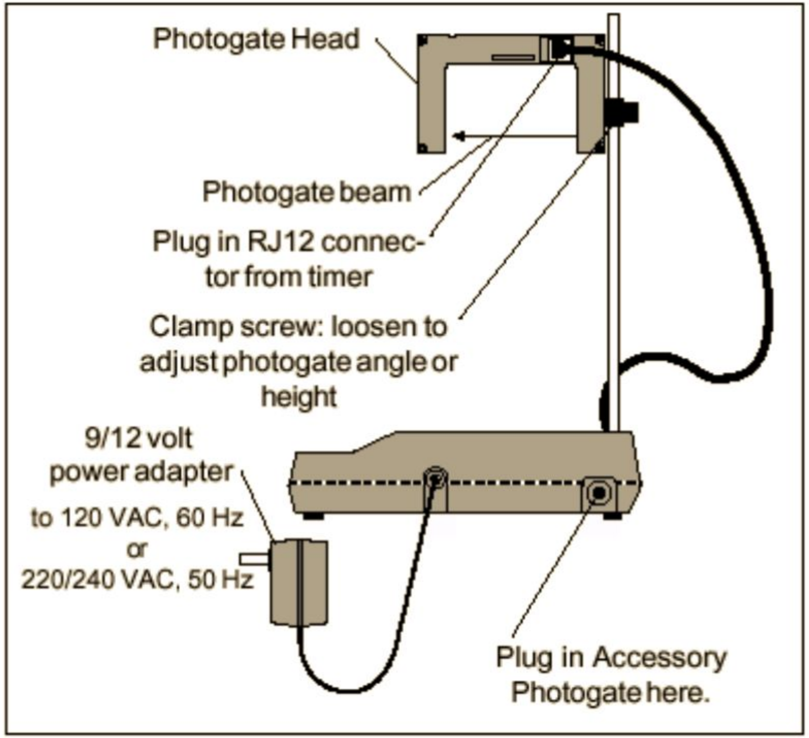
CLASES 10

Sensores - Photogate

El photogate Pasco emite a través de un LED un haz infrarrojo estrecho que es registrado por un detector con rápida respuesta, que da lugar a señales muy precisas para medir tiempo. Cuando se bloquea la señal infrarroja entre LED y detector, la señal eléctrica (tensión) generada es baja. Al desbloquearse se logra máxima señal.

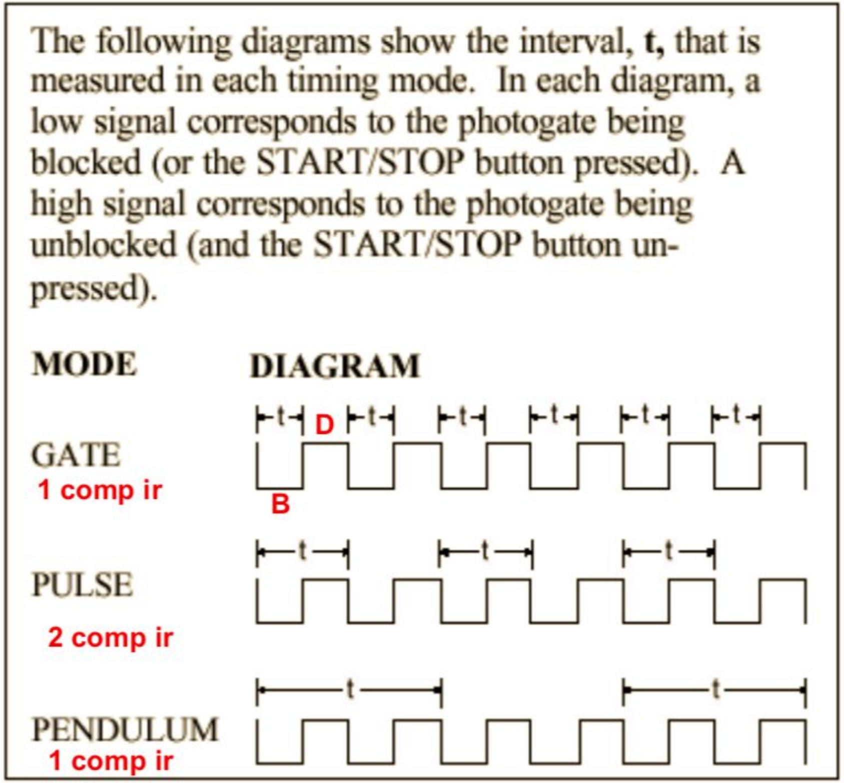


Compuerta infrarroja



Conectando la compuerta infrarroja

Photogate


The following diagrams show the interval, **t**, that is measured in each timing mode. In each diagram, a low signal corresponds to the photogate being blocked (or the START/STOP button pressed). A high signal corresponds to the photogate being unblocked (and the START/STOP button un-pressed).

Modo Gate: en este modo el Timer cuenta el tiempo que el haz permanece obstruido. El tiempo empieza a correr cuando el sensor deja de recibir la señal desde el LED y se detiene cuando esta regresa. Esta función resulta útil para determinar la velocidad promedio de un objeto de longitud conocida.

Modo Pulse: en el modo pulso el timer cuenta el tiempo entre dos interrupciones sucesivas. El aparato comienza a contar en cuanto el haz es interrumpido, espera a que la señal regrese y se detiene cuando es interrumpida nuevamente. En caso de tener dos compuertas conectadas el timer no distingue entre interrupciones de una o de otra, por lo que da lo mismo que las obstrucciones ocurran ambas en la misma photogate o una en cada una. Con las dos compuertas conectadas es posible utilizar esta función para medir el tiempo que tarda un móvil en recorrer la distancia que las separa.

Modo Péndulo: como su nombre lo indica, este modo está pensado para determinar el período de un péndulo. En este caso el tiempo comienza a correr a la primera interrupción del haz, continúa corriendo mientras la señal regresa, ignora la siguiente interrupción, la señal regresa nuevamente y finalmente el tiempo deja de correr a la tercera interrupción.

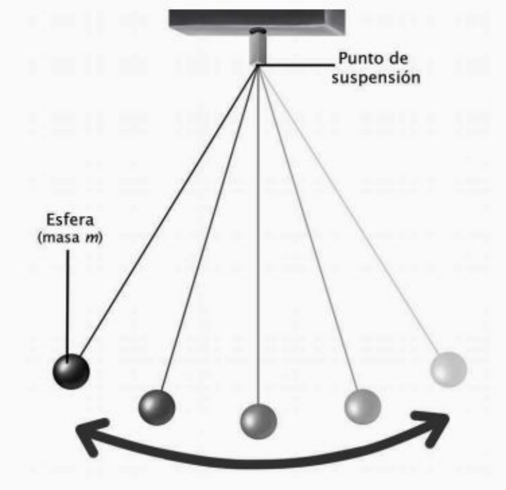
El timer se puede utilizar en dos resoluciones que se seleccionan con el interruptor en el frente del aparato. Con la resolución de 1ms se puede medir un tiempo máximo de 20s, con la de 0.1ms un tiempo máximo de 2s.

Pendulo Simple

Se propone un nuevo experimento que tiene por finalidad estudiar las variables de las que depende el período de un péndulo. Para eso, resulta importante primero realizar un par de definiciones:

Llamaremos péndulo simple ideal al sistema físico constituido por una masa puntual sostenida de un punto fijo por un hilo ideal (de masa despreciable e inextensible) o varilla (de dimensiones transversales y masa despreciables) de longitud ℓ.

Si se aparta el péndulo de su posición de equilibrio (amplitud inicial), el mismo oscila repitiendo el movimiento en forma periódica. Se llama período (T) de dicho movimiento al tiempo requerido para realizar una oscilación completa (pasar por la misma posición con la misma velocidad vectorial, es decir moviéndose en la misma dirección y sentido).



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad \theta_0 \ll 1$$

Python: Crear Funciones

Python permite definir o crear funciones con una sintaxis sencilla: tras la palabra reservada **def** se escribe el nombre de la función, el nombre de los parámetros entre paréntesis y dos puntos. Las líneas que se encuentran a continuación formarán el cuerpo de la función.

Por ejemplo definimos una función **suma**:

Python utiliza la **indentación** para delimitar la estructura permitiendo establecer bloques de código. No existen comandos para finalizar las líneas ni llaves con las que delimitar el código. Los únicos delimitadores existentes son los dos puntos (**:**) y la **indentación** del código.

La instrucción **return** indica el valor de salida o la cantidad que devuelve la función e indica el final de esta. Luego continúa la ejecución del programa tras la llamada a la función.

```
[3] def suma(a, b=8):
      return a + b
    result = suma(5)
    print (result)
    result = suma(5,4)
    print (result)

13
9
```

Es posible escribir funciones con parámetros que tienen determinados valores cuando no se especifican en la llamada (**valores por defecto**). Para ello se escribe, tras el nombre del parámetro, el valor que tiene cuando no aparece en la llamada.

CLASE 11

Linealización de funciones

En muchos casos en que las funciones a las que responde nuestro sistema, y del cual hemos extraídos datos experimentales, no son funciones lineales, pero mediante transformación de variables podemos llevar dichas expresiones a funciones lineales.

En caso de relación de variables con distintos exponentes, se puede proponer el siguiente cambio de variables:

$$y^m = a + bx^n$$

$$y' = y^m \ ; \ x' = x^n$$

$$y' = a + bx'$$

Ejemplo Péndulo

En caso de relación de variables con distintos exponentes, se puede proponer el siguiente cambio de variables:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = (2\pi)^2\frac{l}{g}$$

$$y' = T^2 \;;\; x' = l \;;\; b = (2\pi)^2/g \;;\; a = 0$$

$$y' = a + bx'$$

Linealización de funciones

Cuando nuestro modelo puede escribirse como $y = k.x^n$, tomamos a la función logaritmo (y sus propiedades) para hacer una transformación de las variables:

$$\log(y) = \log(kx^n) = \log(k) + n.\log(x)$$

$$y' = \log(y) \ ; \ x' = \log(x)$$

$$y' = \log(k) + nx'$$

$$\text{donde } b = n \ ; \ a = \log(k)$$

Ejemplo Péndulo

Tomamos a la función logaritmo (y sus propiedades) para hacer una transformación de las variables:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\log(T) = \log(2\pi) + \frac{1}{2}\log(l) - \frac{1}{2}\log(g)$$

$$\log(T) = a + b.\log(l)$$

$$\text{donde } b = 1/2 \ ; \ \ a = \log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(g)$$

$$y' = \log(T) \ ; \ \ x' = \log(l)$$

$$y' = a + bx'$$

Regresión Lineal

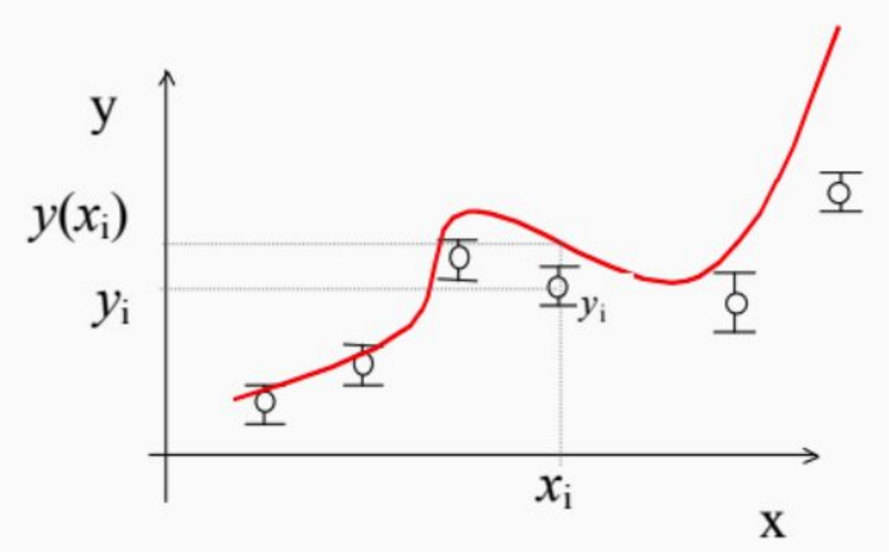
Este es un caso complejo pero de gran utilidad en ciencias experimentales. Utilizamos regresiones lineales cuando sabemos, o sospechamos, que la relación entre dos magnitudes *x* e *y* es lineal.

La regresión lineal, obtenida por el método de mínimos cuadrados, nos permite obtener la recta que más se aproxima a dichos puntos. La pendiente y la ordenada en el origen de dicha recta vienen dadas por las expresiones antes vistas.

De igual forma que hablamos de regresión lineal podemos considerar otros tipos de regresión en los que las variables *x* e *y* estén relacionados de formas más complejas. En cualquier regresión es necesario realizar la gráfica con los puntos experimentales y la función ajustada. De este modo es posible comprobar si la regresión está bien hecha, ya que la función ajustada debe pasar “cerca” de los puntos experimentales.

Método de Cuadrados Mínimos - Caso más general

Para un mismo conjunto de datos puede haber múltiples funciones que pueden describir su dependencias. Lo ideal es que la función que mejor describe a los datos pase lo más “cerca” posible los puntos experimentales. Sin embargo, ninguna función (o Modelo Físico) coincide de manera exacta dado que los datos experimentales fluctúan según sus incertezas. **Se trata entonces de elegir la función que “mejor” se ajuste a los puntos experimentales**. Para esto **existen varias técnicas**, de las cuales **una de las más usuales es la del Método de Cuadrados Mínimos** (otra muy usual es la denominada de “esperanza máxima”).



Método de Cuadrados Mínimos con Incertezas (Pesos)

Supongamos que tomamos una serie de mediciones de dos magnitudes cuya relación deseamos determinar. El resultado de nuestras N mediciones dará lugar a un conjunto de N ternas de la forma (x_i, y_i, σ_i), donde σ_i es la incertidumbre asociada a la determinación de y_i (ahora consideradas en principio distintas). Aquí suponemos que la incertidumbre de x_i es despreciable. Supongamos que el modelo que ajusta los datos viene dado por la función $f(x\,;\,a,b,c,...)$, donde *a, b, c*, son parámetros del modelo (ya no necesariamente una relación lineal). Al estimador del valor de *y* dado por el modelo lo designamos por $y(x_i) = f(x_i\,;\,a,b,c,...)$.

En el caso de incluir las incertezas en la variable y tenemos la cantidad "apodada" *Chi*^{2}

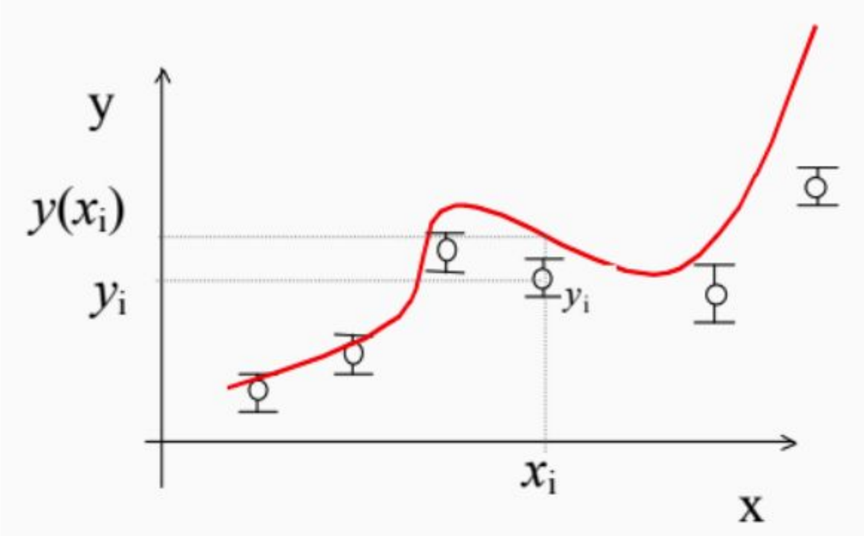
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - y(x_i))^2}{\sigma_i^2} = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot (y_i - y(x_i))^2$$

donde los valores w_i son los factores de peso de cada triada de datos (x_i, y_i, σ_i); en este caso los tomamos como $w_i=1/\sigma_i^2$. Los parámetros de $f(x_i\,;\,a,b,c,...)$ que "mejor ajustan" a los datos son los que minimizan esta cantidad denominada "Chi2".

Método de Cuadrados Mínimos - Caso más general

Para encontrar la función que mejor represente los valores experimentales queremos que la distancia sea lo más pequeña posible. Es decir que cuando $\chi 2$ alcance el valor más pequeño (mínimo), habremos hallado la función $f(x)$ que tiene la menor distancia con los valores medidos en terminos de las incertezas. Matemáticamente se trata de encontrar los parámetros de la función que hacen que $\chi 2$ sea un mínimo.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$



$y(x_i) = f(x_i)$

Bondad de un "Ajuste": Test de "Chi2"

La 'bondad de ajuste' es un concepto muy importante de las pruebas de hipótesis. Como siempre, tenemos una muestra de datos. También tenemos una función que se supone que describe los datos. La pregunta es si confiar en esto: ¿la función realmente proporciona una descripción adecuada de la forma en que se comportan los datos? ¿O existen diferencias significativas e incompatibles?

Para averiguarlo, el método de cuadrados mínimos nos da también una herramienta!

Si el **modelo encontrado describe los datos se espera que las diferencias entre el modelo y los valores medidos se de solo por las fluctuaciones estadísticas en la medición** $\rightarrow$ $\boldsymbol{y(x_i) - f(x_i) \sim \sigma_i}$

Si este es el caso, cada término de la suma del "Chi2" debería aportar $(y(x_i) - f(x_i) / \sigma_i) \sim 1$

En este caso el promedio de todos los términos se espera que sea también cercano a la unidad:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2} \approx 1$$

Bondad de un "Ajuste": Test de "Chi2"

Como los parámetros de la función se determinaron en base a los mismos datos, formalmente lo que se utiliza para analizar la bondad de un ajuste es el llamda "Chi2 reducido":

$$\boxed{\chi_r^2 = \frac{1}{N_{dof}} \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}}$$

$$N_{dof} = N - n_p$$

n_p = Número de parámetros de la función

N_{dof} = Número de grados de libertad (*degrees of freedom*)

Bondad de un "Ajuste": Test de "Chi2"

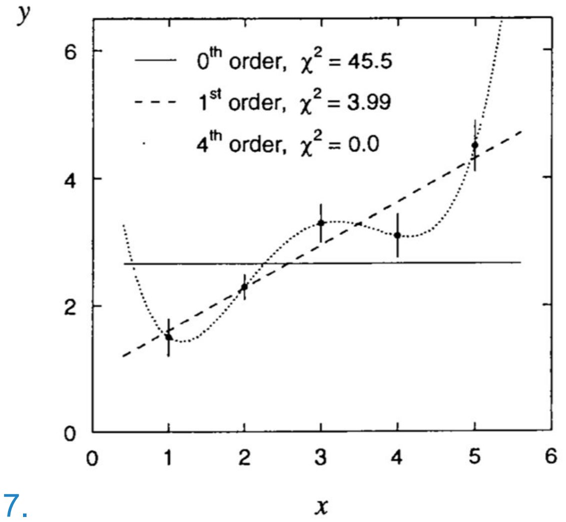
$$\chi_r^2 = \frac{1}{N_{dof}} \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

Interpretaciones de los resultados del valor de "**Chi2 reducido**"

>> 1 : Los datos son incompatibles con el modelo o la función propuesta.

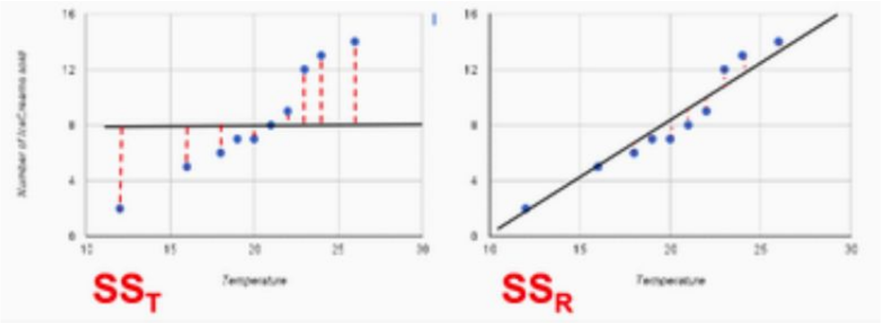
~ 1 : El modelo propuesto es compatible con los datos y las fluctuaciones son las que se esperan correspondientemente a las incertezas de las mediciones.

<< 1 : El modelo es irreal y sobre-ajusta los datos o las incertezas están sobreestimadas.



Statistical Data Analysis, G. Cowan. Capítulo 7.

Bondad de un "Ajuste": Coeficiente de Regresión (R^2)



$$SST = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x))^2$$

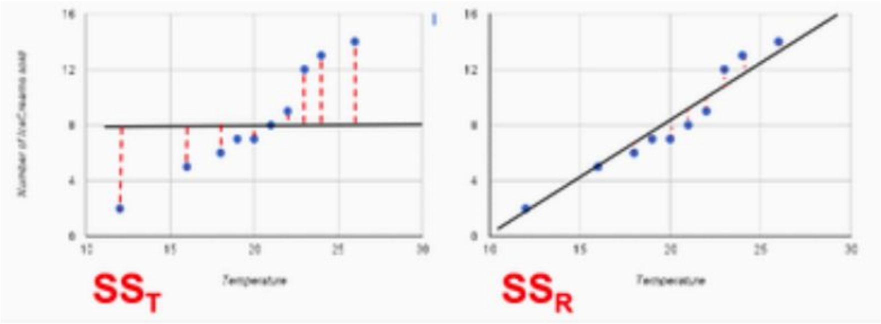
$$R^2 = \frac{SST - SSR}{SST} \text{ ó } R^2 = \frac{S^2 - \chi_v^2}{S^2}$$

SST = Suma de los Cuadrados Total
SSR = Suma de Cuadrados de la Regresión Lineal
S = Desviación Estándar
χ_v^2 = "Chi2" reducido (sin error)

$$\chi_v^2 = \frac{1}{N_{dof}} \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x))^2$$

Si SST >> SSR → R^2 ~ 1 → El ajuste de regresión lineal es mucho mejor que un ajuste a un "valor (sin correlación lineal) del promedio" → La función lineal es un "buen" ajuste a los datos

Bondad de un "Ajuste": Coeficiente de Regresión (R^2)



$$SST = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x))^2$$

$$R^2 = \frac{SST - SSR}{SST} \text{ ó } R^2 = \frac{S^2 - \chi_v^2}{S^2}$$

R-Square (Origin)

R-square, which is also known as the coefficient of determination (COD), is a statistical measure to qualify the linear regression. It is a percentage of the response variable variation that explained by the fitted regression line, for example the R-square suggests that the model explains approximately more than 89% of the variability in the response variable. Hence, R-square is always between 0 and 1. If R-square is 0, it indicates that fitted line explains none of the variability of the response data around its mean; while if R-square is 1, it indicates that the fitted line explains all the variability of the response data around its mean. In general, the larger the R-square, the better the fitted line fits your data.

Informe y Análisis de datos del Péndulo

El informe y análisis del péndulo incluye los Experimentos 6 y 7.

Proponemos lo siguiente:

- En la primera parte respecto al Experimento 6 en base a los gráficos realice un análisis cualitativo (descriptivo) de las dependencias encontradas.
- En una segunda parte referida el Experimento 7, utilice, para un estudio análitico de los resultados (valores de los parámetros y sus incertezas), las fórmulas vistas de cuadrados mínimos para una función lineal teniendo en cuenta **sólo incertezas instrumentales iguales para todos los periodos**. Compare con los resultados del ajuste (fit) realizado con np.plyfit
- En una tercera parte utilice el programa que les pasamos de referencia para realizar un ajuste computacional, teniendo en cuenta la posibilidad de distintas incertezas y determine el “Chi2 reducido” y el R^2 con el programa compartido al final de la actividad.

Escritura de Informes

Cada informe completo solicitado durante el curso deberá contener las siguientes partes o contenidos:

- Título y autores
- Resumen
- Introducción
- Modelo Teórico
- Método experimental
- Estimación de incertezas
- Resultados
- Conclusiones
- Referencias y Bibliografía

CLASE 12

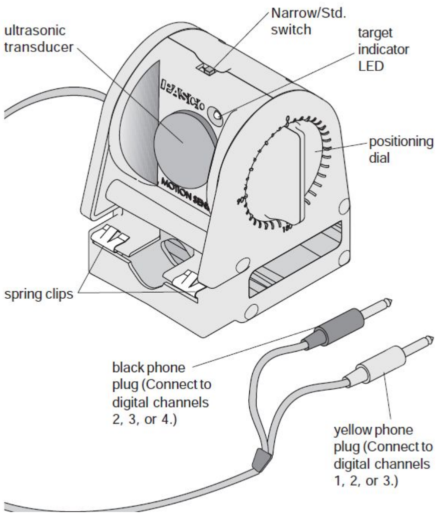
Sensor PASCO de Posición

Motion Sensor II

Introduction

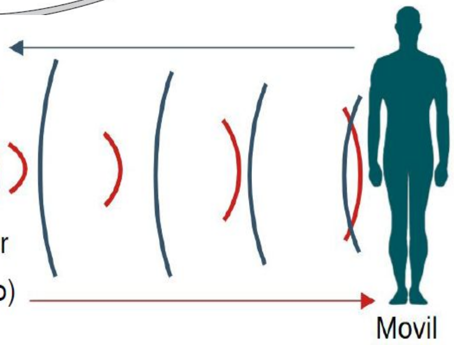
The PASCO CI-6742 Motion Sensor II is a sonar ranging device with a sensing range of 0.15 to about 8 meters. When used with an interface, the Motion Sensor II emits ultrasonic pulses and detects pulses returned as echoes from the target. The *ScienceWorkshop* program calculates the distance to the object from the speed of sound and half the sonic pulse round trip time. The program can also calculate velocity and acceleration from the distance and time measurements. The trigger rate for the Motion Sensor can be set in the *ScienceWorkshop* program to trigger as few as 5 times per second (for recording relatively slow events over large distances) or for as many as 120 times per second (for quick events such as a free-fall experiment).

The CI-6742 Motion Sensor II has several improved features, compared to the CI-6529



Ecolocalización:

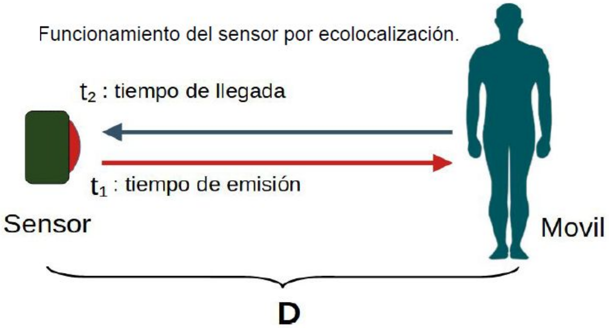
Detectar objetos en el espacio usando el eco que producen.



Medición de la distancia por ecolocalización:

El sensor de movimiento tiene un reloj interno con el cual calcula la distancia.

Funcionamiento del sensor por ecolocalización.



$$D = v_{sonido} \frac{t_2 - t_1}{2}$$

Sensor PASCO: Velocidad y Aceleración

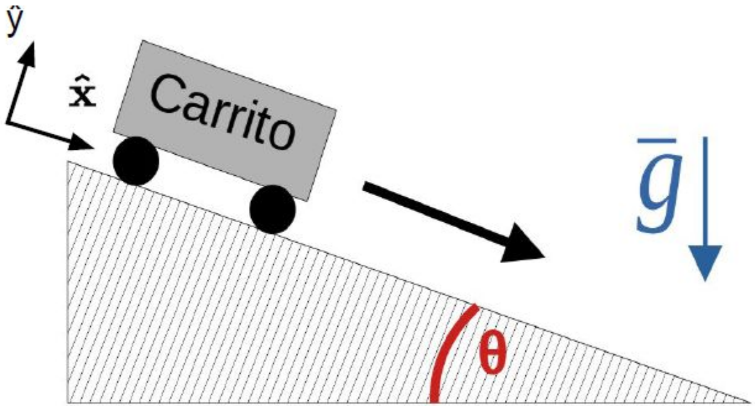
Los cálculos se hacen con valores medios en intervalos temporales relacionados con la frecuencia de adquisición. Si el intervalo de captura utilizado es de 50 Hz → $\Delta t = 0{,}02\text{s}$.

$$v(t) = \frac{X_{t+\Delta t} - X_{t-\Delta t}}{2\Delta t}$$

$$a = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

https://www.pasco.com/resources/video/lcCc_0Dz1LI

Movimiento de Carrito en un Plano Inclinado



Esquema del experimento

Ecuaciones:

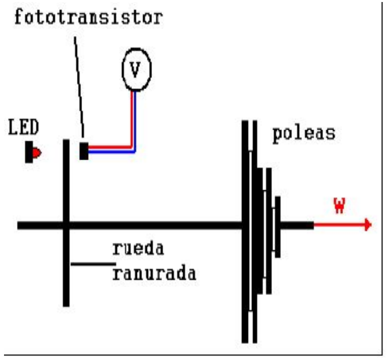
$\hat{x}$: $ma = mg \sin\theta$

$\hat{y}$: $ma_y = mg\cos\theta - N = 0$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a^2(t - t_0)^2$$

Sensor Pasco de Rotación

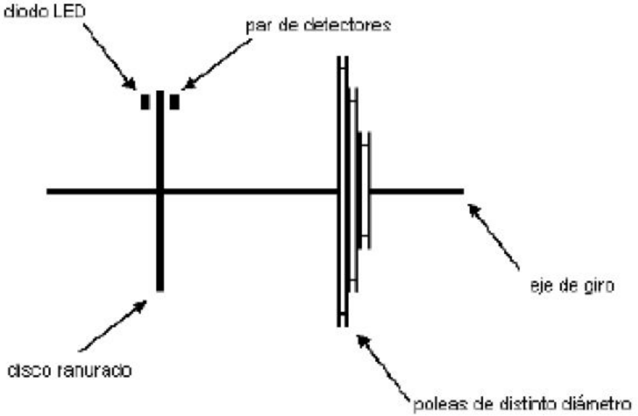
3 poleas de pasos:
10, 28 y 49 mm de diámetro

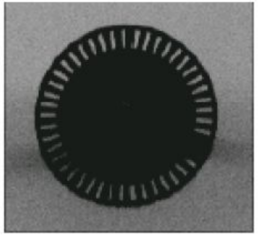


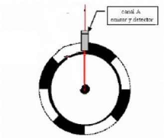
Cuando lo abrimos

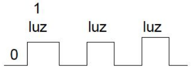
Sensores digitales: respuesta 1 ó 0.

En este sensor: 5 ó 0 Volts









Pasaron tres ranuras

Si hay 360 ranuras (1 ranura por grado) , entonces sabe que el desplazamiento angular es de 3 grados

Sensores de Fuerza

En general se miden **DEFORMACIONES** inducidas por dicha **FUERZA** sobre algún sistema físico (por ej el alargamiento de alguna dimensión).

Por ejemplo, un dinamómetro es un "resorte calibrado".

Los sensores de fuerza electrónicos son sensores analógicos.

Sensores **analógicos**: miden **variables de recorrido continuo** y poseen un transductor que convierte el valor de la variable en una señal eléctrica: voltaje o corriente.

Dos **clases** de sensores de fuerza electrónicos:

- basados en materiales **pizoeléctricos**
- tipo "**strain gauge**"

Materiales piezoeléctricos

materiales que al ser sometidos a tensiones mecánicas generan una polarización eléctrica en su interior, lo que produce una diferencia de potencial eléctrico en su superficie.

Energía Mecánica ↔ Energía Eléctrica

Es el tipo de material que se usa para los encendedores, por ejemplo.

Ventaja: generan una señal de valor elevado, por lo que pueden conectarse directamente a un lector de señal de salida.

Desventaja: no genera una respuesta lineal.

Sensores de Fuerza

Strain Gauge (medidores de deformación)

Materiales que cambian su resistencia eléctrica cuando sufren un esfuerzo.

Esfuerzo (σ) = **F / A** [σ] = N/m2

Deformación (ε) = variación de longitud dividido longitud inicial = $\Delta L / L$

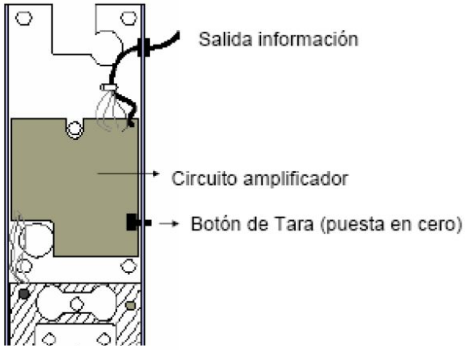
Se puede aprovechar para **medir fuerzas** a través de la medida de **deformaciones** !

Las celdas que miden mediante strain-gages trabajan “traduciendo” el valor de la carga que actúa sobre ellas en una señal eléctrica de una dada magnitud. Mediante un circuito eléctrico se puede **trasformar** la **variación de resistencia** en una **señal de voltaje pequeña**, que debe ser luego **amplificada** en un circuito electrónico.

Ventaja: respuesta lineal

Desventaja: señal pequeña, pero se puede amplificar con amplificadores de respuesta lineal

Sensor Pasco de Fuerza



rradura de
uminio

Tipo “Strain Gauge”

Especificaciones del sensor:

Rango de medida: -50 N $\leq$ F $\leq$ 50 N

Elección del cero: botón de Tara

Resolución:0,03 N or 3,1 gr

Voltaje de salida máximo: +8 V, corresponde a +50 N (empujando)

Voltaje de salida máximo en el otro sentido: -8 V corresponde a -50 N (tirando)

Ruido de salida: +/- 2 milivolts
Tiempo de respuesta para llegar a medir 25 N 1 ms (milisegundo)
Limite de ancho de banda:2kH
Longitud del cable de salida sin inestabilidad 8 m
Calibración de fábrica: 1N=160 mV (0.160 V)

CLASE 13

Cronograma

Parciales

- 1ra fecha:
- 2da fecha:
- 3ra fecha:

Proyecto Final

- Búsqueda de proyecto y estudios preliminares de factibilidad: del 22 al 29 de Mayo.
- Definición y propuesta de proyecto: 29 de Mayo.
- Lunes 3 de Junio presentación oral del proyecto (1 o 2 slides contando los objetivos y propuesta)
- Se comienza a trabajar primera semana de Junio.
- Presentación de informe del 26 de Junio al 1 de Julio.
- Fecha de Exposición Oral: 8 y 10 de Julio.

Proyecto final

- Grupal.
- Tema libre (relacionados con temas de mecánica).
- Finaliza con un informe y la presentación oral.

Elementos a considerar

- **¿Cuál es el objetivo y la motivación?**
- ¿Cuál es el sistema que va a estudiar?
- ¿Qué magnitudes va a medir y cómo?
- ¿Qué modelos usará?
- ¿Cuáles son las hipótesis iniciales?
- ¿Cuáles son las aproximaciones e idealizaciones que se asumen?

Proyecto final

Lista preliminar de experimentos propuestos

- **Período del péndulo y gravedad**: Determinar g en base a distintas mediciones del período del péndulo.

- **Resortes en serie y en paralelo (con posible sensor de fuerzas)**
  - Determinar estáticamente (y/o dinámicamente) las constantes de 3 resortes.
  - Dinámicamente ver qué relación hay al ponerlos en serie (1 y 2, 2 y 3, 1 y 3) y verificar la teoría.
  - Dinámicamente ver qué relación hay al ponerlos en paralelo (1 y 2, 2 y 3, 1 y 3) y verificar la teoría.
  - Verificar poniendo dos resortes en paralelos y ese sistema en serie con el tercer resorte.
  - Proyecto 32, pag 188, Experimentos de Física de bajo costo.

- **Oscilaciones amortiguadas**: Se analizó el movimiento de un oscilador armónico bajo el efecto de distintos fluidos viscosos que amortiguan el movimiento.

- **Estudio experimental de la fuerza de roce cinética y estática**
  - https://www.fisicarecreativa.com/guias/roce.pdf

Proyecto final

- **Velocidad límite en glicerina/ determinar la viscosidad de un líquido**:
  - En un recipiente de unos 30 cm de alto con glicerina, tirar una esfera de acero para medir la velocidad límite, tirar varias veces y hacer estadística. Se puede usar para determinar la viscosidad de un líquido. Link

- **Estudio de un oscilador forzado:** se pone un generador de funciones y un resorte.
  - Capítulo 18, pag 228, Experimentos de Física de bajo costo, con sensor de posición o uno de fuerzas.
  - Se pueden estudiar varios resortes, a los cuales se les determina previamente la constante k, y por consiguiente la frecuencia natural.

- **Fuerza viscosa del aire:**
  - Equipamiento recomendado: un conjunto de filtros de café, tipo canasta, o un globo de fiestas con un conjunto de clips que se usan para variar el peso del mismo. Una cámara digital que grabe videos. Se tira el objeto, se lo graba y se determina la velocidad límite. Luego graficamos velocidad límite en función del peso (que se lanzó), y se linealiza el gráfico (ya que debería ser una función potencial) y del ajuste obtenemos los parámetros k y n:
    - Proyecto 18, pag 146, Experimentos de Física de bajo costo**.**

- **Máquina de Atwood (opcional con masa variable):**
  - Proyecto 63, pag 275, Experimentos de Física de bajo costo, Polea inteligente
    - Se coloca una masa y una botella con arena con un orificio.

Proyecto final

- **Oscilador simple de masa variable**
  - Proyecto 64, pag 277, Experimentos de Física de bajo costo
  - Sensor de fuerzas
    - Se coloca una botella con arena con un orificio colgado de un resorte sostenido por un sensor de fuerzas, y obtendremos un período en función del tiempo.

- **Coeficiente de Roce Egipcio**
  - Determinar el coeficiente de roce dinámico entre arena (seca y húmeda) y madera.
  - https://doi.org/10.1007/s10035-020-01022-0

- **Otros:**
  - https://www.fisicarecreativa.com/
  - https://www.pasco.com/products/complete-experiments/mechanics
  - Pasco Rotary Motion Sensor

Muchos de los proyectos experimentales no siempre llegan al punto donde todos los datos obtenidos concuerdan con las expectativas teóricas en toda su extensión. Esto ocurre por diversas razones: errores sistemáticos, carácter aproximado de las teorías expuestas en los textos, o complejidades no predichas preliminarmente. En estos casos discutiremos estos elementos y propondremos mejoras a futuro.

Consejos para presentaciones orales

- Definir el objetivo: ¿Querés informar, educar, inspirar o persuadir?
- Preparar el contenido: Recopila información, estructura y crea un guión
- Pensar en el público: Considera su nivel de conocimiento y el tiempo que tenés
- Preparar la presentación: Crea diapositivas visualmente agradables
- Practica: Ensaya tu charla en voz alta para tomar el tiempo y modificar lo que necesites

Otros consejos

- Sé conciso y claro
- Evitá adornar innecesariamente
- Sé auténtico y natural
- Conecta emocionalmente con la audiencia
- Modula el lenguaje para crear esta conexión
- Utiliza soportes visuales adecuados
- Maneja el lenguaje corporal
- Asumí que es normal estar nervioso y quitate presión
- Utiliza técnicas de storytelling para interesar al público

https://www.nature.com/scitable/ebooks/english-communication-for-scientists-14053993/118520778/

Consejos sobre qué hacer para desaprobar un examen

- No poner unidades a las cantidades físicas expresadas.
- Expresar el resultado de una medida sin especificar la incerteza.
- Confundir la incerteza en el valor medio con la desviación estándar.
- No poner títulos ni unidades en los ejes de los gráficos.
- Poner resultados numéricos sin explicitar ni explicar cómo se obtuvieron.

Posibles herramientas para la edición y escritura de informes

LaTeX para la escritura y *Overleaf* para la edición y escritura colaborativa.

https://es.overleaf.com/learn/latex/Tutorials

[Una posible plantilla (pero con otros contenidos y orden de secciones)]()

Backup slides

¿Cómo se reportan las Incertezas?

En general se reportan por separado las incertezas
estadísticas y sistemáticas

$\delta t = 0.3 \pm 4.9(stat.) \pm 9.0(syst.)$ns is compatible with the simultaneous arrival of all events with speed equal to that of light.

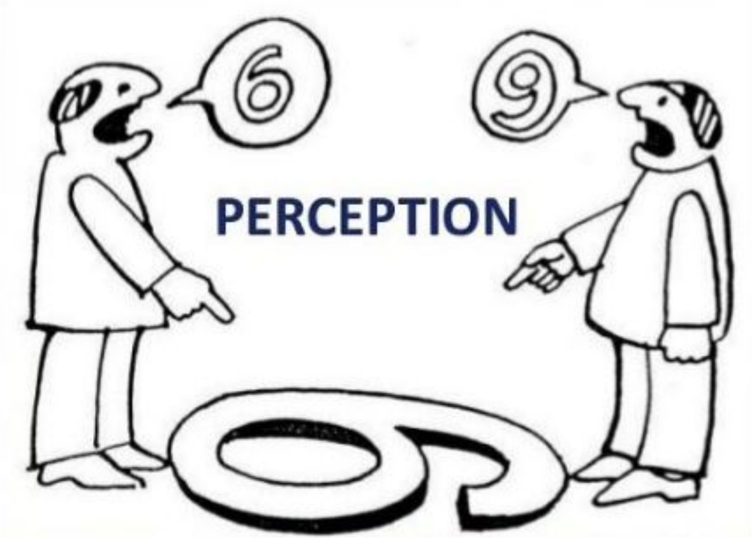
Icarus

What is is a conflict? Causes, Costs and consequences

Cambridge Dictionary definition:

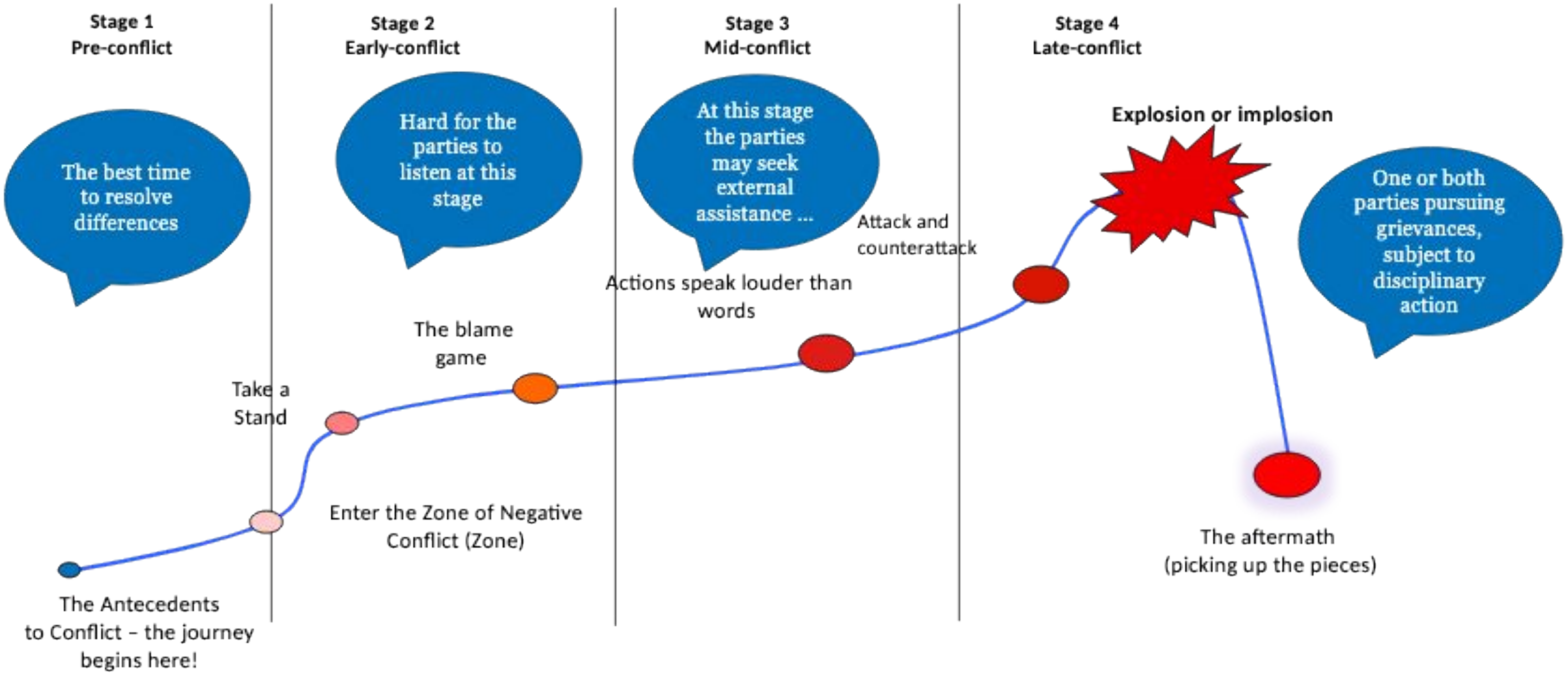
an active disagreement between people with opposing opinions or principles

- Conflicts occur when we perceive that our needs, goals, our values or our beliefs are blocked by another.
- Conflict is unavoidable and inescapable because we all have different expectations and needs and because the reality is experienced differently by two individuals



Costs of conflicts

5-Stage Conflict Escalation Model



https://cds.cern.ch/record/2240689/files/BrochureCodeofConductEN.pdf