Práctica 3: Radiación de Cuerpo Negro - Efecto Fotoeléctrico - Efecto Compton. Modelo de Bohr.

1. Con las constantes fundamentales de naturaleza $G = 6.674\ \times 10^{-11}\frac{m^3}{kg\ s^2}$, $c = 2.998\ \times\ 10^8\frac{m}{s}$, $\hbar = 1.055\times 10^{-34}\frac{kg\ m^2}{s}$ y $k_B = 1.38\times\ 10^{-23}\frac{J}{K}$, construir magnitudes que tengan unidades de masa, tiempo, longitud, energía y temperatura. (Lo que construirán, es la famosa escala de Planck. Estos números representan escalas en las cuales los efectos de la gravedad cuántica relativista pueden ser importantes).

2. A partir de la expresión de Planck para la distribución de densidad de energía en la radiación del cuerpo negro:
$$\epsilon(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

   a) Muestre que la densidad total de energía de la radiación del cuerpo negro resulta proporcional a la temperatura a la cuarta. *Nota: utilice* $\int_0^{+\infty}\frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$.

   b) Encuentre la longitud de onda para la cual la densidad de energía monocromática de la radiación de cuerpo negro es máxima a una dada temperatura. *Nota: númericamente se obtiene que la solución a la ecuación trascendente* $e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$ *es* $x = 4{,}9651$.

3. **a)** Las estrellas se comportan aproximadamente como un cuerpo negro. Use la ley de desplazamiento de Wien para estimar la temperatura en la superficie del sol y para la estrella polar (α Ursa Minoris) sabiendo que las longitudes de onda máximas de la radiación medidas en cada caso 5100 Å para el sol y 2700 Å para la estrella polar.

   b) Use la ley de Stefan-Boltzmann para determinar la potencia radiada por cm^2 en cada caso.

4. Calcule la temperatura del sol a partir de la ley de Stefan-Boltzmann y el valor de la constante solar $I_{CS} = 1367\,\mathrm{W/m^2}$ (intensidad que llega al borde de la atmósfera terrestre). *La distancia media de la tierra al sol es* $1{,}5\times 10^{11}$ m *y el radio del sol* $6{,}96\times 10^8$ m.

5. El umbral fotoeléctrico de cierto metal es 275 nm. Determine:

   a) El trabajo necesario para arrancar un electrón de ese metal.
   b) ¿Cuál es la función trabajo mínima de un metal para que la luz visible (400 nm - 700 nm) expulse electrones por efecto fotoeléctrico?
   c) La velocidad máxima de los electrones arrancados por radiación de 180 nm.
   d) La diferencia de potencial necesaria para detenerlos (potencial de frenado).

6. En un experimento de efecto fotoeléctrico en el que el emisor de electrones es el calcio, se obtienen los potenciales de frenado dados en la tabla, junto a las correspondientes longitudes de onda de los fotones. A partir de estas mediciones determine el valor de la constante de Planck y la función trabajo del calcio (la carga del electrón es $e = 1,6\times 10^{-19}$ C).

λ (Å)	2536	3132	3650	4047
V_0 (V)	1,95	0,98	0,50	0,14

7. (a) La energía de los electrones arrancados de un metal por fotones de longitud de onda de 3000 Å va de 0 a $4,10\times 10^{-19}$ J. ¿Cuál es el potencial de frenado para esta radiación?

(b) ¿Cuál es la máxima longitud de onda (longitud de onda umbral) con la cual pueden ser arrancados electrones de este material?

8. (a) Se ilumina una muestra de potasio con luz ultravioleta de 2500 Å. Si la función trabajo para este material es $W_0 = 2,22\,\mathrm{eV}$. ¿Cuál es la máxima energía cinética que pueden tener los electrones emitidos?

   (b) Si la intensidad de la luz ultravioleta es de $2\,\mathrm{W/m^2}$, calcular el número de electrones emitidos por unidad de tiempo por unidad de área, suponiendo que cada fotón que llega libera un electrón.

9. Aplicando la conservación del momento y la energía, deduzca la expresión para el corrimiento en λ en el efecto Compton en términos del ángulo entre el momento del fotón emergente y el momento del fotón incidente. (Recordar el problema 7 del TPN°2).

10. En el contexto de este TP, discutir nuevamente el problema 4 del TPN°2.

11. Rayos X de energía 300 keV sufren dispersión Compton por un blanco. Los rayos dispersados se detectan a 37° respecto de la dirección de los rayos incidentes. Calcule la longitud de onda del fotón dispersado, la energía de los rayos X dispersados y la energía del electrón.

12. a) Calcule la longitud de onda de la luz emitida por un átomo de hidrógeno que experimenta una transición desde $n+1$ a n según el modelo atómico de Bohr.

    b) ¿A qué región del espectro pertenece si $n = 1$?

    c) ¿Cuál es el menor valor de n para el cual la radiación emitida corresponde al espectro visible?.

13. Demostrar que la frecuencia de revolución para un electrón en el modelo atómico de Bohr está dada por $\nu = 2|E|/nh$, donde E es la energía del electrón. Si la vida media promedio de un estado excitado del hidrógeno es 10^{-8} s, estime cuántas revoluciones da un electrón cuando está en el estado $n = 2$ y en el estado $n = 15$, antes de experimentar una transición al estado $n = 1$. Compare con las revoluciones dadas por la tierra durante su existencia ($4{,}5 \times 10^9$ años).

14. Bohr supuso que el núcleo atómico está fijo, lo cual es equivalente a considerar que su masa M_n es infinita. Para corregir esta hipótesis es necesario reemplazar la masa del electrón m_e por la masa $\mu = m_e M_n/(m_e + M_n)$. ¿Cuál es la justificación para esto? Calcule la diferencia porcentual que esta corrección introduce en la diferencia de energía entre los niveles $n = 2$ y $n = 1$ del átomo de hidrógeno.

15. Demuestre que la diferencia en frecuencia entre un fotón emitido en la transición $a \to b$ de un cierto sistema (átomo, molécula, núcleo) y uno absorbido en la transición $b \to a$ viene dada, según la conservación de la energía y el momento, por:

$$|\Delta\nu| = \frac{(\Delta E)^2}{hMc^2},$$

donde ΔE es la diferencia de energía entre los niveles a y b, y M es la masa del sistema. *Nota: Suponga que $h\nu \ll Mc^2$ y que el sistema está inicialmente en reposo. A su vez, considere la energía cinética del sistema como no relativista.*

Problemas auxiliares (A) y de repaso (R)

16. (R) Sobre la misma muestra de potasio del problema 5 incide luz de longitud de onda 400 nm e intensidad 10^{-2} W/m^{-2}.

    a) Clásicamente, ¿cuánto tiempo habría que esperar para observar la emisión electrónica?. *Nota: Suponer que el radio del potasio es $r = 10^{-10}\,\mathrm{m}$.*

    b) ¿Cuántos fotones inciden sobre la muestra por segundo y por m^2?.

17. (R) Se utilizan dos fuentes luminosas en un experimento fotoeléctrico para determinar la función trabajo de una superficie de metal determinada. Cuando se utiliza luz verde de una lámpara de mercurio ($\lambda = 546{,}1$ nm), un potencial de frenado de 0.376 V reduce la corriente de fotoelectrones a cero. En base a esta medida, ¿Cuál es la función trabajo de este metal? ¿Qué potencial de frenado es necesario cuando se usa luz amarilla procedente de una lámpara de descarga de helio $\lambda = 587{,}5$ nm?.

18. (R) Se utilizan dos fuentes luminosas en un experimento fotoeléctrico para determinar la función trabajo de una superficie de metal determinada. Cuando se utiliza luz verde de una lámpara de mercurio ($\lambda = 546,1\,\text{nm}$), un potencial de frenado de 0,376 V reduce la corriente de fotoelectrones a cero.

    (a) Basándose en esta medida, ¿cuál es la función trabajo de este metal?

    (b) ¿Qué potencial de frenado es necesario cuando se usa luz amarilla de una lámpara de descarga de helio ($\lambda = 587,5\,\text{nm}$)?

19. (R) A partir de la conservación del impulso y la expresión para el corrimiento en la longitud de onda del efecto Compton, encuentre la relación

$$\cot\frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h\nu}{mc^2}\right) \cdot \tan\phi$$

entre la dirección de movimiento del fotón dispersado (θ) y la del electrón (ϕ).