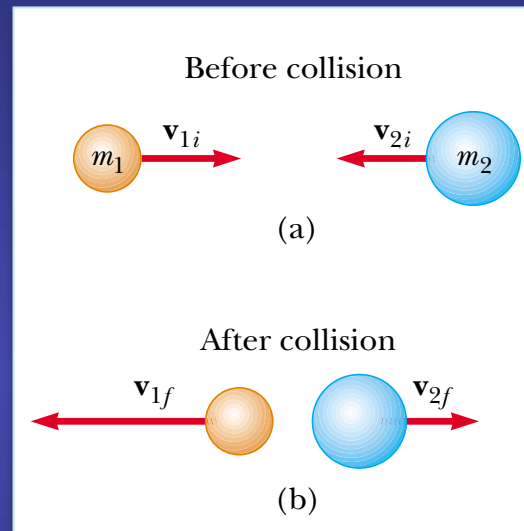


# Momento lineal y colisiones



Javier Junquera



# Bibliografía

## **Física, Volumen 1, 3° edición**

Raymod A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Ed. Thomson

ISBN: 84-9732-168-5

Capítulo 8

## **Física, Volumen 1**

R. P. Feynman, R. B. Leighton, y M. Sands

Ed. Pearson Educación

ISBN: 968-444-350-1

Capítulo 9

# Definición de momento lineal o cantidad de movimiento (caso no relativista)

Se define como momento lineal o cantidad de movimiento de un objeto de masa  $m$  que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  como el producto de su masa por su velocidad.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Desglosando en términos de sus componentes

$$p_x = mv_x$$

$$p_y = mv_y$$

$$p_z = mv_z$$

El momento lineal es una magnitud vectorial (misma dirección y sentido que la velocidad)

Dimensiones:  $[p] = \text{MLT}^{-1}$

Unidades en el SI:  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$

# Relación entre cantidad de movimiento y fuerza

La tasa de variación de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que actúa sobre la partícula

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Si la masa de la partícula no cambia, la expresión anterior se reduce a la segunda ley de Newton

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (caso de una partícula aislada)

La tasa de variación de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que actúa sobre la partícula

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es igual a cero, la derivada de la cantidad de movimiento del objeto con respecto al tiempo es cero

⇒ La cantidad de movimiento del objeto debe ser constante  
(primera ley de Newton)

Este es el caso de una partícula aislada (que no interacciona con el entorno)

# Relación entre cantidad de movimiento y fuerza

La tasa de variación de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que actúa sobre la partícula

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Esta es la forma original de la segunda ley de Newton, tal cuál fue presentada por él.

Es más general, ya que también es válida en sistemas en los que la masa varía:

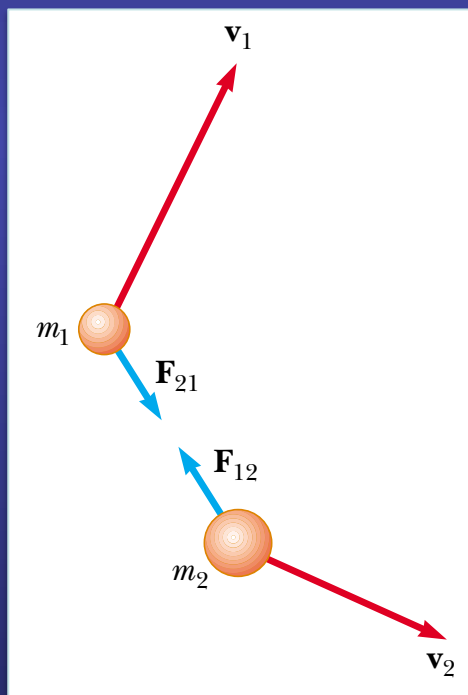
- un cohete que expulsa combustible a medida que se mueve,
- sistemas relativistas (la masa depende de la velocidad)

Es una expresión verdaderamente útil cuando se aplica a sistemas de dos o más partículas

# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (sistemas aislados)

Consideremos un sistema compuesto por dos partículas que:

- pueden interaccionar entre sí (ejercen fuerzas entre sí)
- pero están aisladas del entorno que las rodea (no se ejerce ninguna fuerza externa sobre el sistema)



En un determinado instante:

Cantidad movimiento de la partícula 1  $\vec{p}_1$

Cantidad movimiento de la partícula 2  $\vec{p}_2$

Cantidad movimiento total  $\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (sistemas aislados)

En un determinado instante:

Cantidad movimiento de la partícula 1  $\vec{p}_1$

Cantidad movimiento de la partícula 2  $\vec{p}_2$

Cantidad movimiento total  $\vec{p}_{\text{tot}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

¿Cómo cambia la cantidad de movimiento con el tiempo?

Cambio de la cantidad de movimiento de la partícula 1  $\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$

Cambio de la cantidad de movimiento de la partícula 2  $\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$

2° ley de Newton



# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (sistemas aislados)

¿Cómo cambia la cantidad de movimiento con el tiempo?

Cambio de la cantidad de movimiento de la partícula 1  $\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$

Cambio de la cantidad de movimiento de la partícula 2  $\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$

2° ley de Newton

Por la 3° ley de Newton

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad \vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

Combinándolo con las ecuaciones anteriores

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (sistemas aislados)

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

Si la derivada temporal de la cantidad de movimiento total es cero, quiere decir que

$$\vec{p}_{\text{tot}} = \text{constante}$$

O de forma equivalente

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{ix} = \sum_{\text{sistema}} p_{fx}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iy} = \sum_{\text{sistema}} p_{fy}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iz} = \sum_{\text{sistema}} p_{fz}$$

# Principio de conservación de la cantidad de movimiento (sistemas aislados)

La generalización para un sistema con cualquier número de partículas es trivial

La cantidad de movimiento total de un sistema aislado permanece constante,  
independientemente de la naturaleza de las fuerzas internas

$$\sum_{\text{sistema}} p_{ix} = \sum_{\text{sistema}} p_{fx}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iy} = \sum_{\text{sistema}} p_{fy}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iz} = \sum_{\text{sistema}} p_{fz}$$

# Impulso y cantidad de movimiento

Supongamos que sobre una partícula actúa una fuerza neta y que esta fuerza puede variar con el tiempo

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \sum \vec{F} dt$$

Podemos integrar esta ecuación para hallar la variación de la cantidad de movimiento de la partícula durante el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_f - t_i$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt$$

La integral de una fuerza a lo largo del intervalo de tiempo durante el que actúa se denomina impulso de la fuerza

El impulso de una fuerza es un **vector** definido por

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta\vec{p}$$

# Teorema de la cantidad de movimiento y el impulso

**El impulso total de la fuerza neta sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la partícula**

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

**También se aplica a un sistema de partículas, en el que consideramos la fuerza neta externa al sistema produce una variación en la cantidad de movimiento total del sistema**

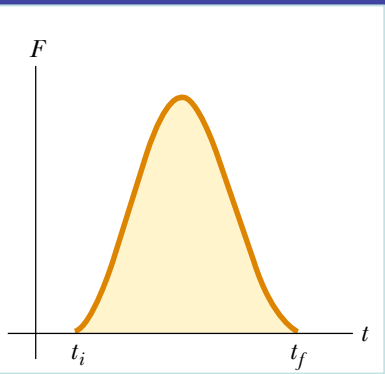
$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F}_{\text{ext}} dt = \Delta \vec{p}_{\text{tot}}$$

**Cuando se proporciona impulso a un sistema, estamos implicando que se transfiere una cierta cantidad de movimiento desde un agente externo al sistema**

# Impulso como magnitud vectorial

El impulso total de la fuerza neta sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la partícula

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$



El impulso es una magnitud vectorial, cuyo módulo es igual al área comprendida bajo la curva del módulo de la fuerza neta en función del tiempo

En la figura se supone que la fuerza neta varía con el tiempo y que es distinta de cero en el intervalo  $\Delta t = t_f - t_i$

El vector impulso tiene la misma dirección que la variación de la cantidad de movimiento

Sus unidades son iguales que las de la cantidad de movimiento  $\text{MLT}^{-1}$

# Impulso y fuerza neta

El impulso total de la fuerza neta sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la partícula

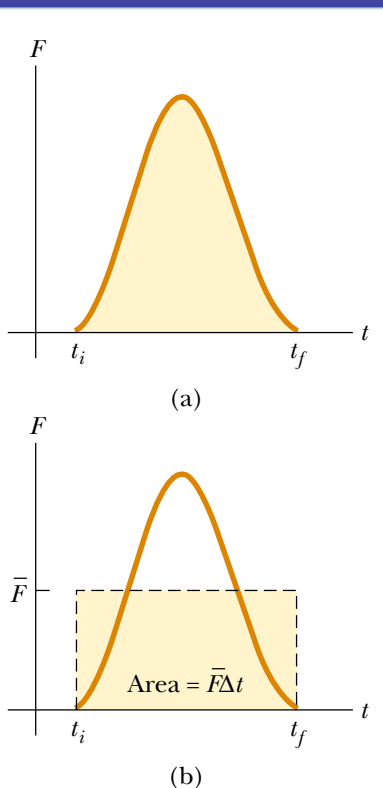
$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

Dado que generalmente la fuerza puede cambiar con el tiempo, es recomendable definir una fuerza neta promediada en el tiempo

$$\sum \vec{F} \equiv \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt$$

El módulo de esta fuerza neta puede interpretarse como el módulo de una fuerza constante neta que proporcionaría el mismo impulso a la partícula en el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que la fuerza variable en el mismo intervalo de tiempo

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \Delta t$$



# Impulso y fuerza neta

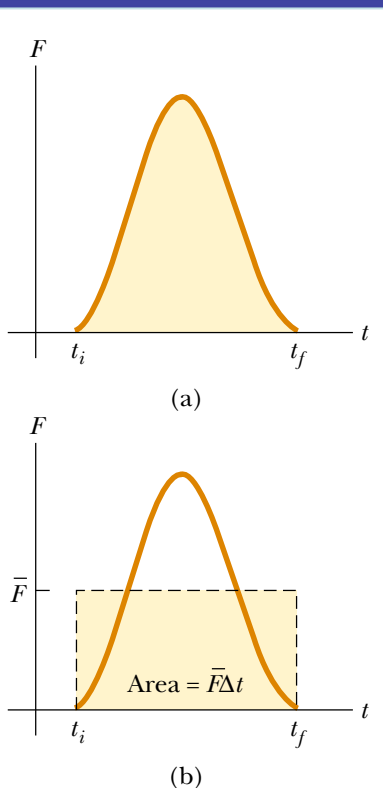
El impulso total de la fuerza neta sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la partícula

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

La variación en la cantidad de movimiento que se experimenta en una colisión es la misma si el coche dispone de airbags que si no dispone de ellos

El airbag permite que se experimente esa variación en la cantidad de movimiento en un intervalo de tiempo mayor

La fuerza máxima que se ejerce sobre los pasajeros se reduce y se incrementan las posibilidades de no resultar herido





# Aproximación basada en el impulso

El impulso total de la fuerza neta sobre una partícula es igual a la variación de la cantidad de movimiento de la partícula

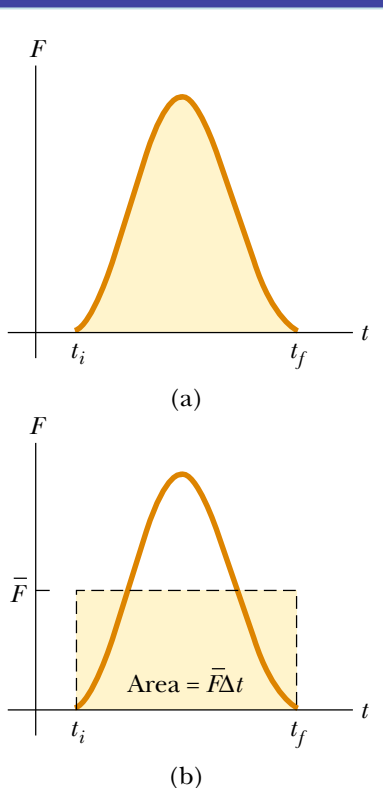
$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \sum \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$$

En muchas situaciones haremos uso de la **aproximación basada en el impulso**:  
- una de las fuerzas ejercidas sobre la partícula actúa durante un breve instante...

- ...pero esa fuerza es mucho mayor que cualquier otra fuerza presente

Esta aproximación permite ignorar los efectos de otras fuerzas: dichos efectos son insignificantes durante el breve instante en el que actúa la fuerza más grande

$\vec{p}_i$  y  $\vec{p}_f$  son las cantidades de movimiento inmediatamente anterior y posterior a la colisión. En la aproximación basada en el impulso, apenas se produce movimiento de la partícula durante la colisión

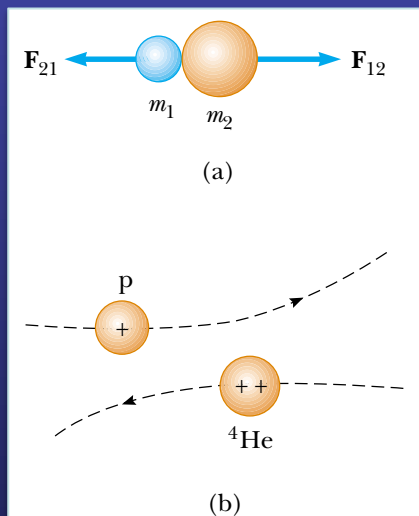


# Colisiones: definición

Usamos el término colisión para describir un proceso durante el cuál dos partículas interaccionan por medio de fuerzas

Se supone que la fuerzas debidas a la colisión son mucho mayores que cualquier otra fuerza externa presente  
Podemos utilizar la aproximación del impulso

El intervalo de tiempo durante el cuál las velocidades de las partículas cambian de sus valores iniciales a los finales se supone que es pequeño



Una colisión puede ser el resultado del contacto físico entre dos objetos. Esta situación resulta habitual cuando se trata de dos objetos macroscópicos (bolas de billar...)

Pero debe generalizarse a situaciones en las que las partículas que han colisionado (interaccionando por medio de fuerzas) no han llegado nunca a estar “en contacto”

# Colisiones: conservación de la cantidad de movimiento

Cuando dos partículas colisionan, las fuerzas de colisión pueden variar de una forma muy compleja:

Realizar un análisis de la situación utilizando la segunda ley de Newton es complicado

Sin embargo, sin importar la complejidad de la dependencia de las fuerzas con el tiempo, estas fuerzas son siempre internas al sistema formado por las dos partículas

Podemos considerar que las dos partículas forman un sistema aislado, y por lo tanto su momento lineal se conserva

# Colisiones inelásticas: definición

Se define una colisión inelástica como aquella en la que la energía cinética no se conserva, aunque el momento total del sistema se conserve.

Cuando dos objetos colisionan y quedan unidos después de la colisión, se produce una transformación del máximo porcentaje posible de la energía cinética inicial, y decimos que la colisión es **perfectamente inelástica**

- dos coches que colisionan y quedan unidos, se mueven con una cierta velocidad común después del choque,
- meteorito que colisiona con la Tierra y queda perfectamente sepultado en el suelo

Cuando dos objetos colisionan y no quedan unidos después de la colisión, pero se pierde parte de la energía cinética inicial, se dice que la colisión es **inelástica** sin más adjetivos

- una pelota de goma que choca contra una superficie dura (parte de la energía cinética se transforma en energía interna cuando la bola se deforma mientras está en contacto con la superficie).

# Colisiones elásticas: definición

Se define una colisión elástica como aquella en la que la energía cinética se conserva, así como la cantidad de movimiento

Las colisiones reales en el mundo macroscópico, por ejemplo, las colisiones entre dos bolas de billar, son solo aproximadamente elásticas

Parte de la energía cinética se transforma y una cierta energía abandona el sistema en forma de ondas mecánicas (el sonido del choque)

Entre partículas subatómicas si que se pueden producir choques perfectamente elásticos.

Las colisiones elásticas y perfectamente inelásticas son casos límite: hay un gran número de colisiones posibles que caen dentro del rango comprendido entre estos dos límites

# Colisiones elásticas e inelásticas: resumen

**El momento del sistema se conserva en todas las colisiones**

**La energía cinética se conserva únicamente en las colisiones elásticas**

# Colisiones en una dimensión

¿Qué ocurre si la colisión tiene lugar a lo largo de una línea recta?

**Datos**

$$m_1 \quad v_{1i}$$

$$m_2 \quad v_{2i}$$

**Incógnitas**

$$v_{1f}$$

$$v_{2f}$$

**Ecuaciones**

**Conservación de la  
cantidad de movimiento  
(ecuación 1)**

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

**Necesitamos más ecuaciones para resolver el problema**

**Si el choque es  
perfectamente inelástico**

$$v_{1f} = v_{2f} \equiv v_f$$

**Casos intermedios  
Coeficiente de restitución**

$$e = -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}}$$

**Si el choque es elástico  
Conservación ener. cinética**

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$$

# Coeficiente de restitución

$$e = -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}}$$

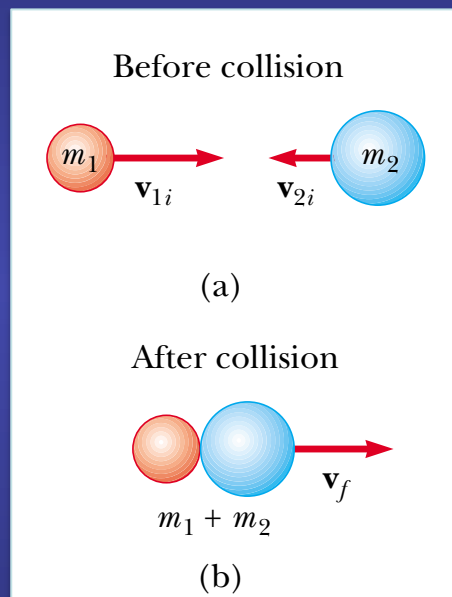
**e = 0: Choque perfectamente inelástico**

**e = 1: Choque elástico**



# Colisiones perfectamente inelásticas en una dimensión

Consideremos dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$  que se mueven a lo largo de la misma línea recta con velocidades iniciales  $v_{1i}$  y  $v_{2i}$ . Suponemos que el movimiento es unidimensional (prescindimos de vectores)



Las dos partículas colisionan de frente, se quedan unidas y a partir de ese momento se mueven con una velocidad común  $v_f$  después de la colisión

Como la cantidad de movimiento de un sistema aislado se conserva en cualquier colisión

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

En este caso, el hecho de que la colisión sea perfectamente inelástica proporciona la segunda ecuación que necesitamos

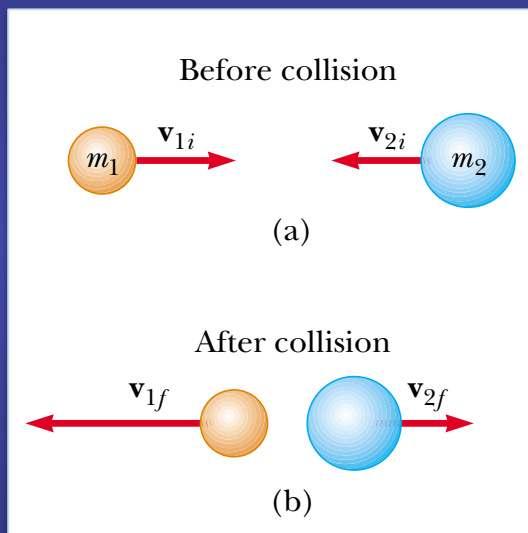
$$v_{1f} = v_{2f}$$

Generalmente las colisiones inelásticas son difíciles de analizar, a no ser que se proporcione información adicional. Desde un punto de vista matemático este hecho se refleja en que suele haber más incógnitas que ecuaciones

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

Consideremos dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$  que se mueven a lo largo de la misma línea recta con velocidades iniciales  $v_{1i}$  y  $v_{2i}$

Como estamos tratando un sistema unidimensional, podemos prescindir de los vectores y describir las velocidades de las partículas a partir de sus celeridades, con el signo algebraico correspondiente



Las dos partículas colisionan de frente, y abandonan el punto de colisión con velocidades diferentes

Como la cantidad de movimiento de un sistema aislado se conserva en cualquier colisión

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

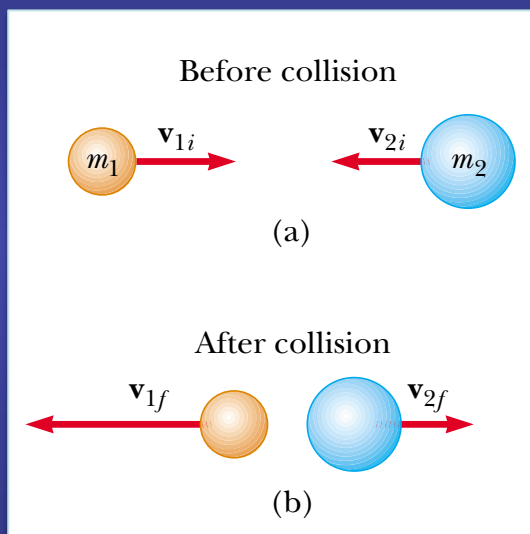
Si la colisión es elástica también se conserva la energía cinética

**Dos ecuaciones con dos incógnitas:**  $v_{1f}$  y  $v_{2f}$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

Método alternativo que implica ciertas manipulaciones matemáticas pero que simplifica la solución



$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

Simplificamos el factor  $\frac{1}{2}$  y trasponiendo

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

Descomponemos en factores ambos lados de la ecuación

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

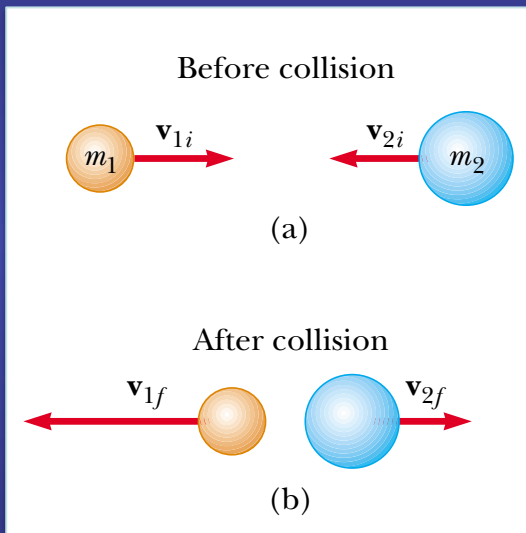
Separamos los términos que contienen  $m_1$  y  $m_2$  en la ecuación de conservación del momento

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

Método alternativo que implica ciertas manipulaciones matemáticas pero que simplifica la solución



$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

Dividiendo las dos ecuaciones

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

O agrupando en cada lado de la ecuación los valores iniciales y finales

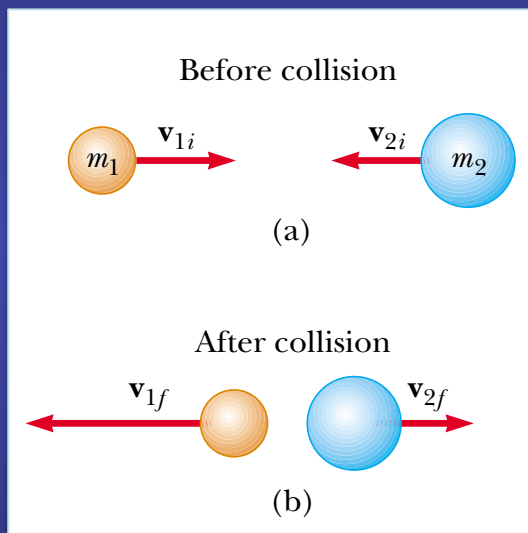
La velocidad relativa de los dos objetos antes de la colisión es igual a la velocidad relativa de los dos objetos después de la colisión, pero con signo negativo

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Esta ecuación, junto con la condición de conservación de la cantidad de movimiento, se pueden utilizar para resolver problemas de choques elásticos en una dimensión

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

Si suponemos que las masas y las componentes iniciales de la velocidad de los dos objetos son conocidas, podemos conocer las velocidades finales (sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas)



$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

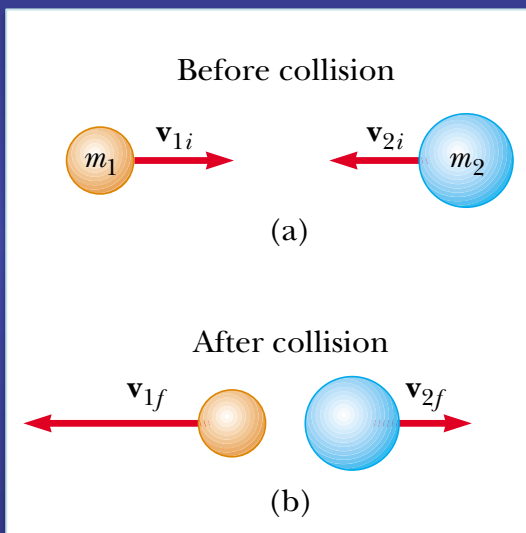
En estas ecuaciones deben incluirse los signos apropiados para componente de la velocidad

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

## Casos particulares



Las masas de los dos objetos son iguales  $m_1 = m_2$

$$v_{1f} = v_{2i}$$

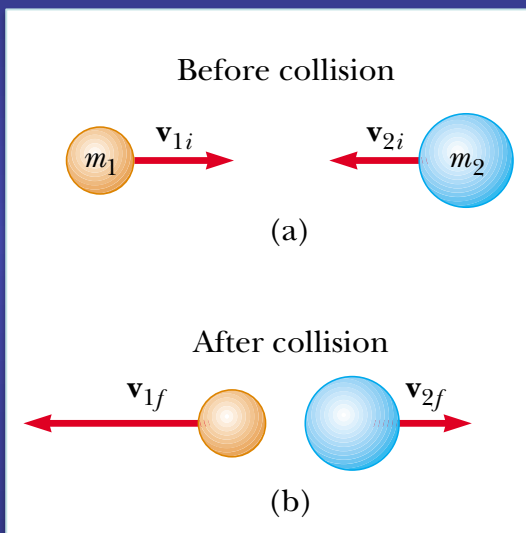
$$v_{2f} = v_{1i}$$

Los dos objetos intercambian sus velocidades

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$



## Casos particulares

$m_2$  se encuentra inicialmente en reposo  $v_{2i} = 0$

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

Si además,  $m_1 \gg m_2$  entonces

$$v_{1f} \approx v_{1i}$$

$$v_{2f} \approx 2v_{1i}$$

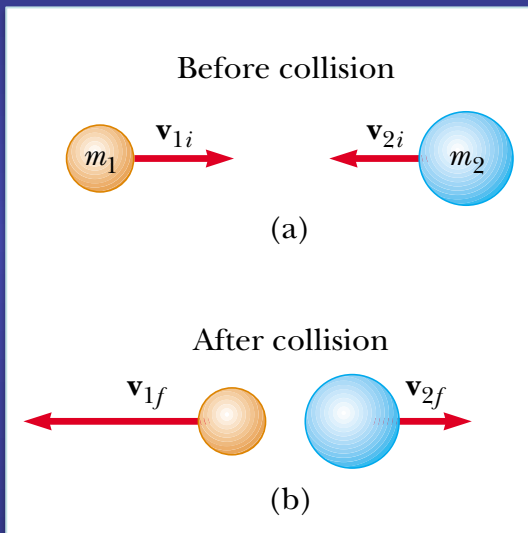
El objeto pesado continua su movimiento sin alterarse después de la colisión

El objeto más ligero sale despedido con una velocidad igual a, aproximadamente, dos veces la velocidad inicial del objeto pesado

# Colisiones perfectamente elásticas en una dimensión

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$



## Casos particulares

$m_2$  se encuentra inicialmente en reposo  $v_{2i} = 0$

$$v_{1f} = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$v_{2f} = \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

Si además,  $m_2 \gg m_1$  entonces

$$v_{1f} \approx -v_{1i}$$

$$v_{2f} \approx 0$$

La velocidad del objeto ligero se invierte

El objeto pesado permanece prácticamente en reposo



# Colisiones en tres dimensiones

La cantidad de movimiento total en un sistema aislado se conserva.  
Este principio aplica a todos los casos de los choques que consideramos en este tema

En una colisión general entre dos objetos en un espacio tridimensional, el principio de conservación de la cantidad de movimiento implica que la cantidad de movimiento total en cada dimensión se conserva

$$\sum_{\text{sistema}} p_{ix} = \sum_{\text{sistema}} p_{fx}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iy} = \sum_{\text{sistema}} p_{fy}$$

$$\sum_{\text{sistema}} p_{iz} = \sum_{\text{sistema}} p_{fz}$$

# Colisiones en dos dimensiones

¿Qué ocurre si la colisión tiene lugar en un plano?

**Datos**

$$m_1 \quad \vec{v}_{1i} = (v_{1ix}, v_{1iy})$$

$$m_2 \quad \vec{v}_{2i} = (v_{2ix}, v_{2iy})$$

**Incógnitas**

$$\vec{v}_{1f} = (v_{1fx}, v_{1fy})$$

$$\vec{v}_{2f} = (v_{2fx}, v_{2fy})$$

**Ecuaciones**

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

**Conservación de la  
cantidad de movimiento  
(ecuaciones 1 y 2)**

**Necesitamos más ecuaciones para resolver el problema**

**3. Si el choque es  
elástico, conservación  
de la energía cinética**

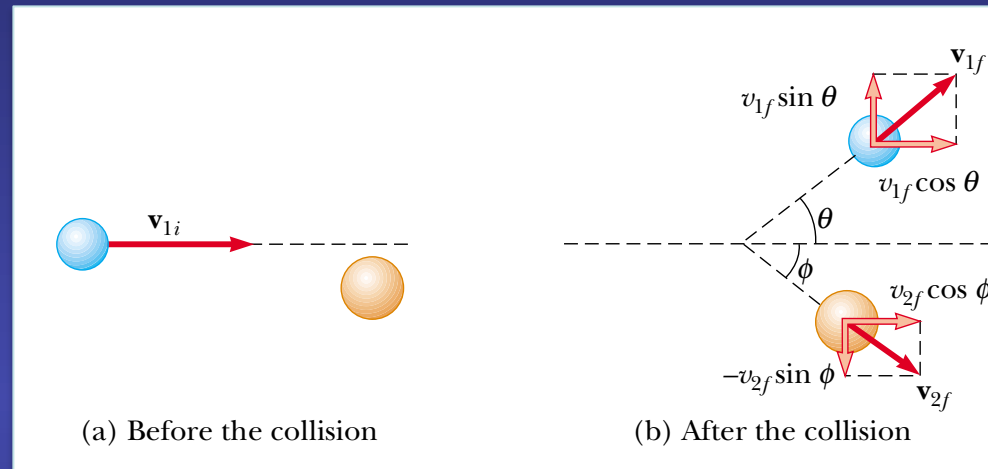
$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

**4. Coeficiente de restitución  
o alguna de las  
componentes finales**

# Colisiones en dos dimensiones

¿Qué ocurre si la colisión tiene lugar en un plano?

Ejemplo



EL objeto 1 choca, sin apenas rozarlo, con el objeto 2

La partícula 2 se encuentra inicialmente en reposo

Suponemos que el choque es elástico

Conservación de la cantidad de movimiento

$$m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos \theta + m_2 v_{2f} \cos \phi$$

$$0 + 0 = m_1 v_{1f} \sin \theta - m_2 v_{2f} \sin \phi$$

Conservación de la energía cinética

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

3 ecuaciones y 4 incógnitas ( $v_{1f}, v_{2f}, \theta, \phi$ ) necesitaríamos como dato una de las cuatro magnitudes