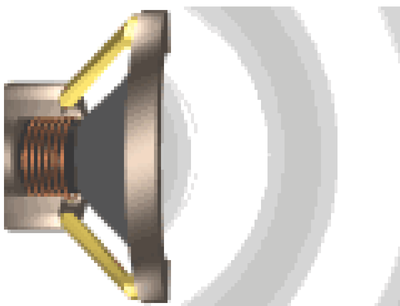
FÍSICA I – 2014

CLASE 17

Movimiento ondulatorio



Movimiento ondulatorio

Proceso por el que se propaga una perturbación de alguna ***propiedad del medio*** (densidad, presión, campo eléctrico o magnético) a través del espacio transportando ***energía*** sin transferencia de materia.

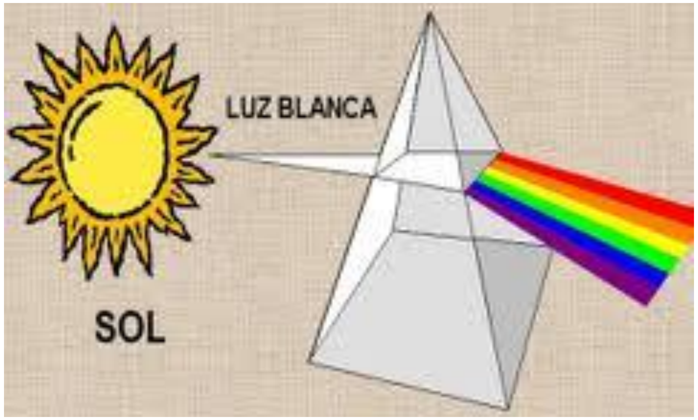
¿Cómo?

Ondas

- Electromag-néticas
- Mecánicas

Ondas electromagnéticas

No necesitan un medio material para su propagación, se difunden aún en el vacío.



Ondas mecánicas

La energía se transmite a través de un medio material, sin ningún movimiento global del propio medio.

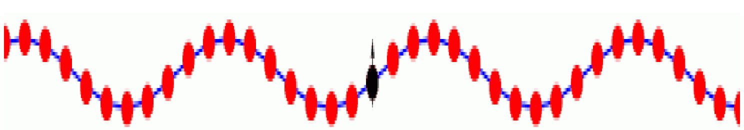
En cualquier punto de la trayectoria de propagación se produce un *desplazamiento periódico*, u oscilación, alrededor de una *posición de equilibrio*.

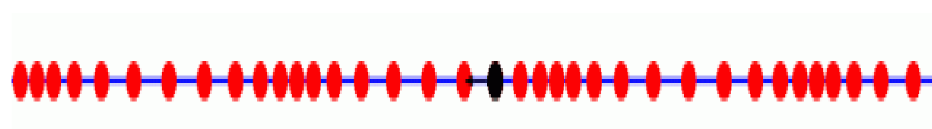
Ondas mecánicas

- Transversales
- Longitudinales

Una oscilación de moléculas de aire (sonido), de moléculas de agua (olas) o de porciones de una cuerda o un resorte.

En todos los casos, las partículas oscilan en torno a su posición de equilibrio y sólo *la energía* avanza de forma continua.





Ondas mecánicas

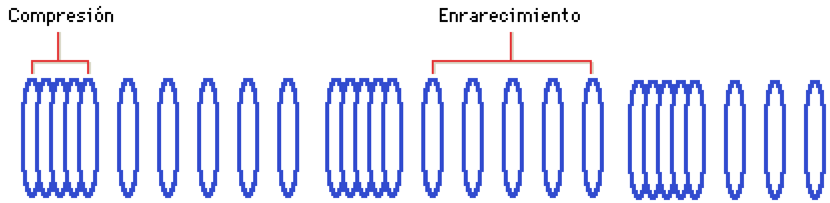
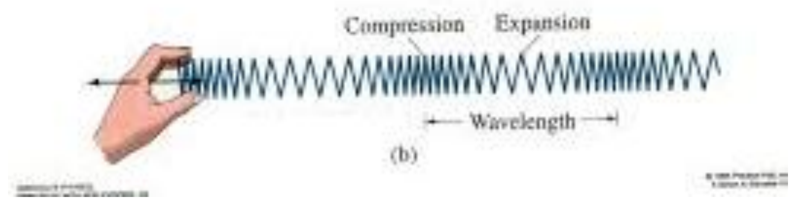


Figura 1: onda longitudinal



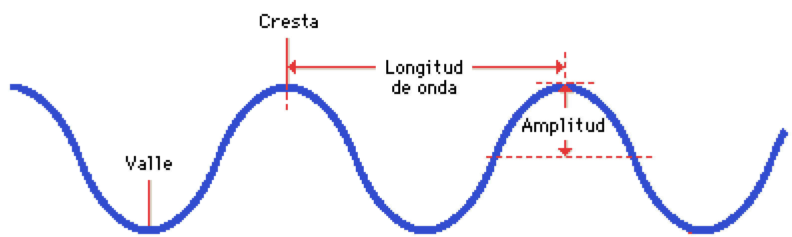
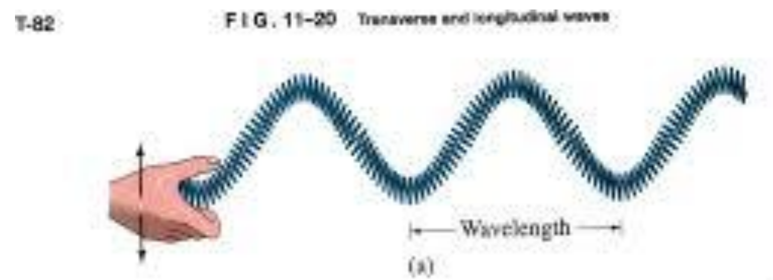
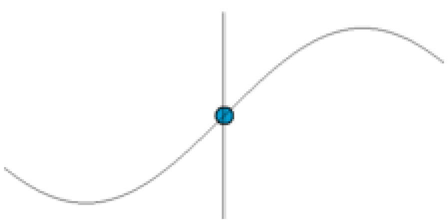


Figura 2: onda transversal

Ilustración de Microsoft

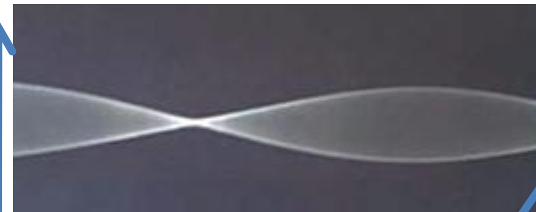




Fenómenos de las Ondas

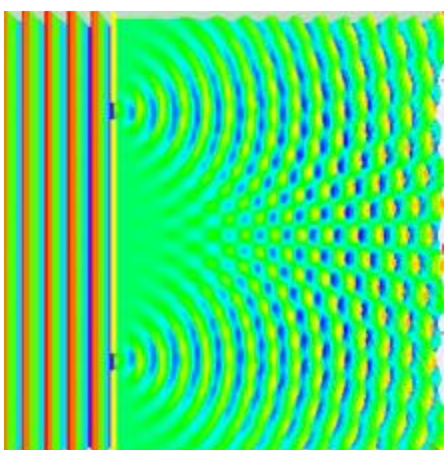
Reflexión

Ondas estacionarias

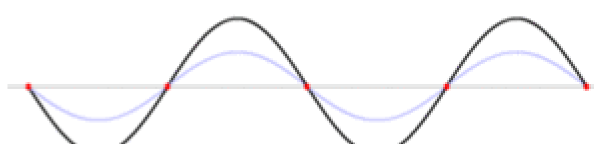


Refracción

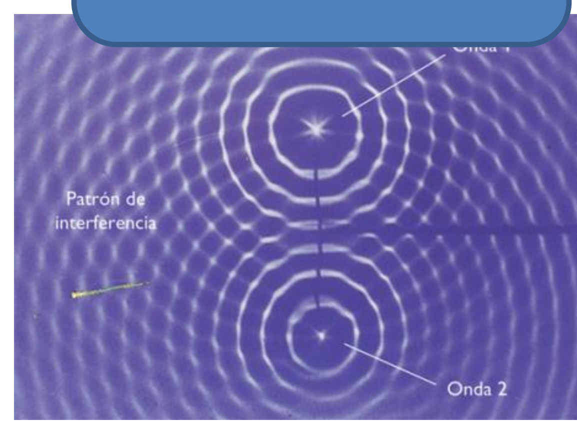
Difracción



Principio de superposición

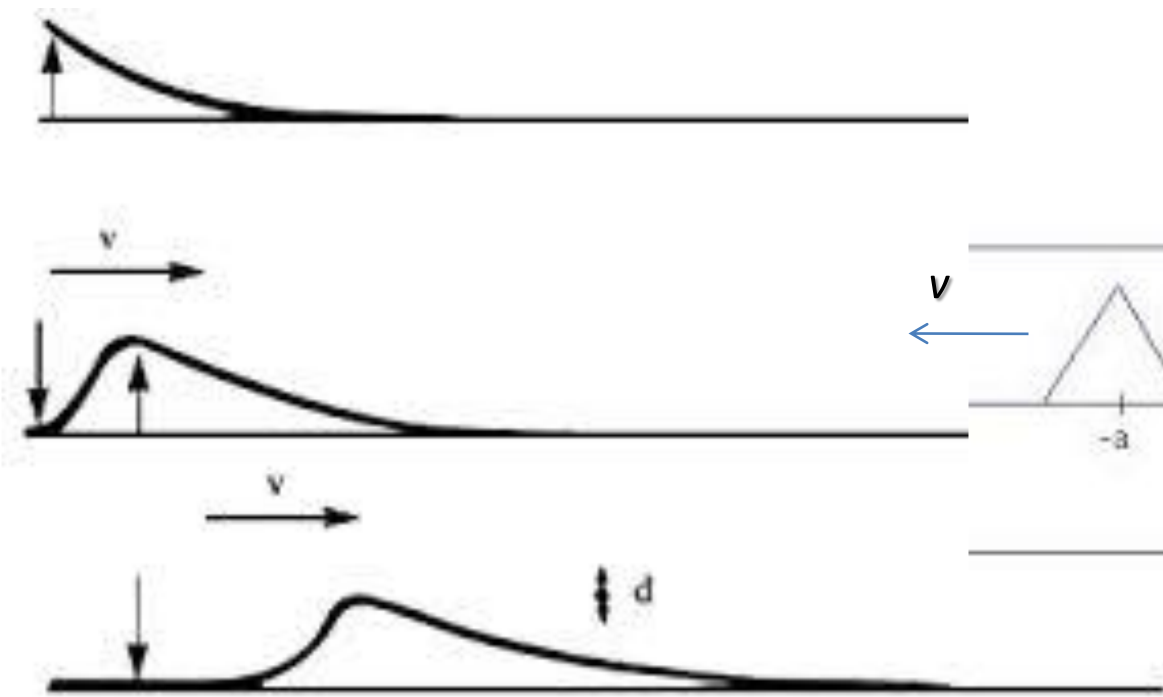


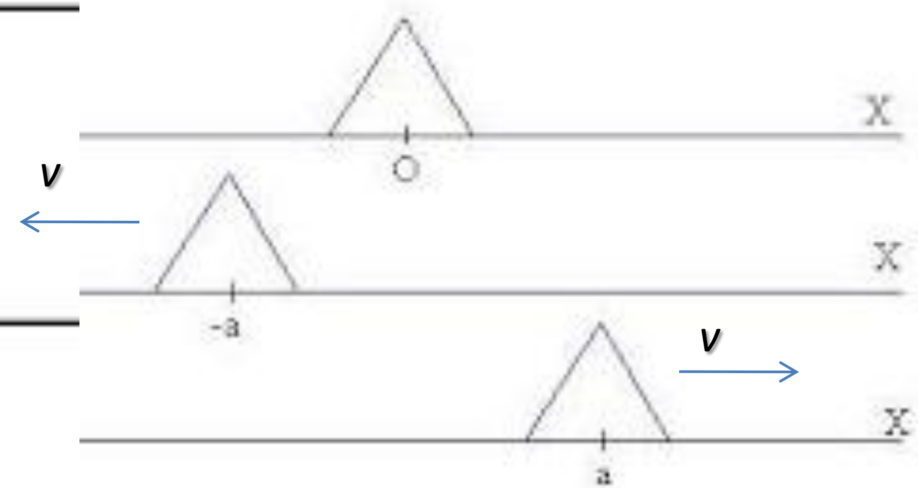
Interferencia



Pulsos de onda

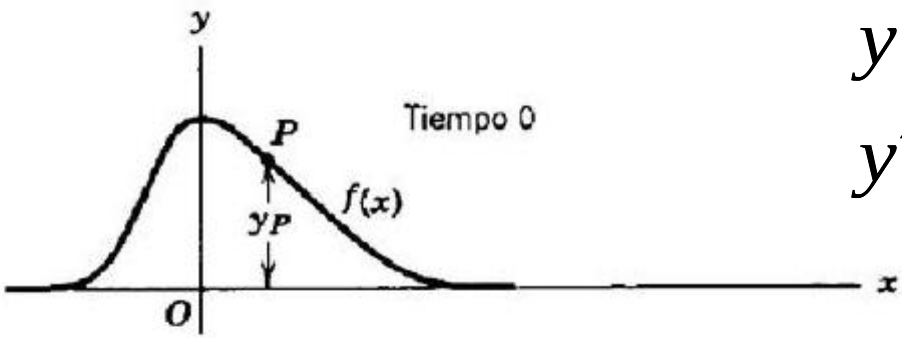
Un *pulso* es una perturbación de corta duración generada en el estado natural de un punto de un medio material que se transmite por dicho medio.
Podemos producir un pulso, por ejemplo, realizando una rápida sacudida en el extremo de un muelle o de una cuerda, lanzando una piedra al agua de un estanque, dando un golpe a una mesa o produciendo una detonación en el aire.





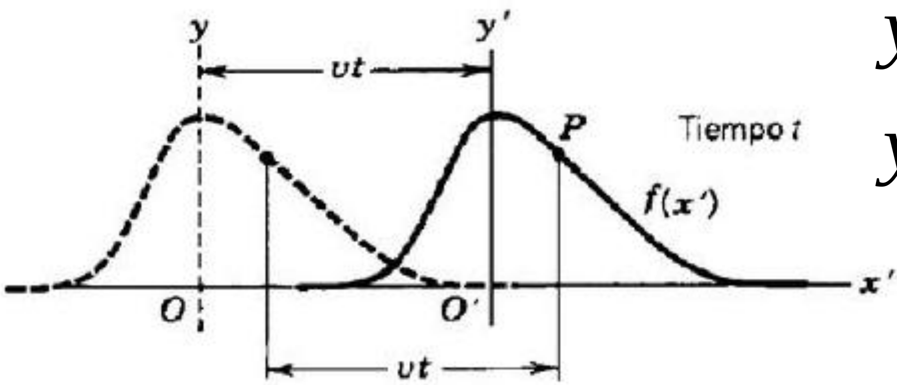
Pulsos de onda

Consideremos un *pulso* que se propaga hacia la derecha con velocidad *v*. Definamos dos sistemas de referencia: uno fijo y otro solidario a la perturbación.



$$y = y(x) \qquad y = y'$$

$$y' = y'(x') \qquad x = x' + vt$$



$$y = y(x - vt)$$ Hacia la derecha

$$y = y(x + vt)$$ Hacia la izquierda

$$y = f(x,t)$$

Es una *función de onda* con velocidad de propagación *v*

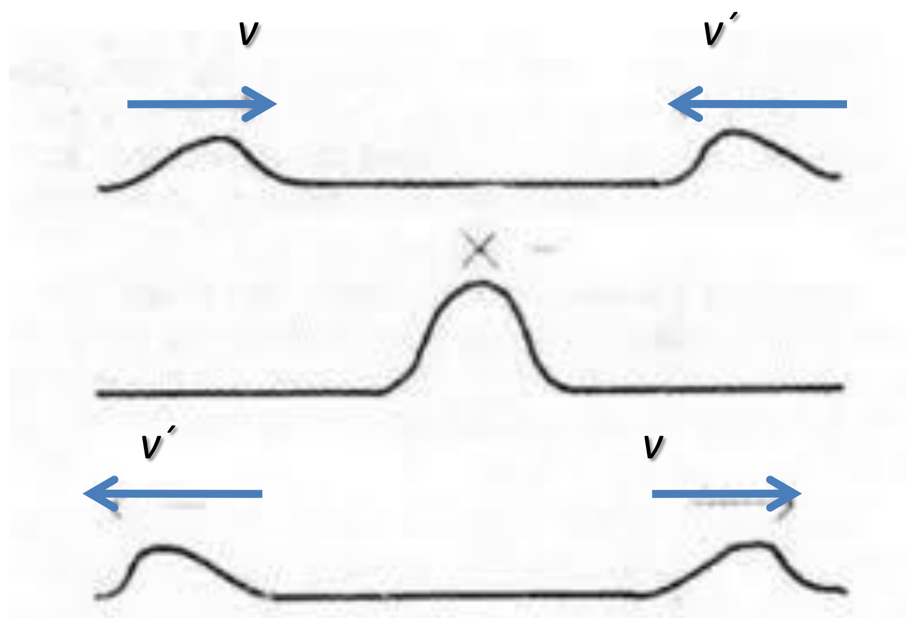
Principio de superposición

$$y_1 = y_1(x - vt)$$

$$y_2 = y_2(x + v't)$$

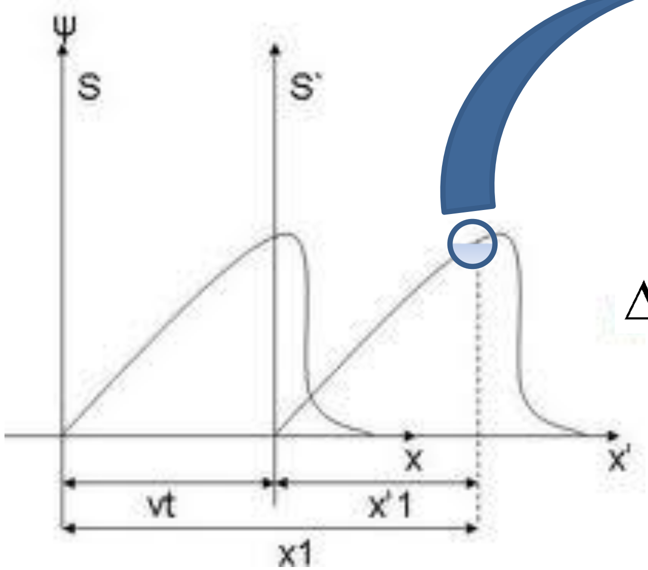
$$y(x,t) = y_1(x - vt) + y_2(x + v't)$$

Es válido si el desplazamiento *x* es pequeño comparado con la longitud de la cuerda

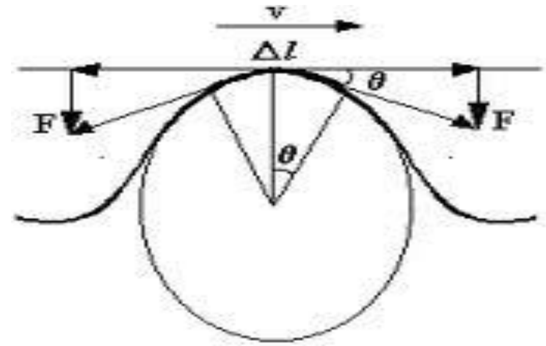


Velocidad de las ondas

Consideremos una onda viajera:



$\Delta l << L$



$$\sum F_r = ma_c$$

$$\sum F_t = 0$$

$$\sum F_r = 2F sen\theta \approx 2F\theta$$

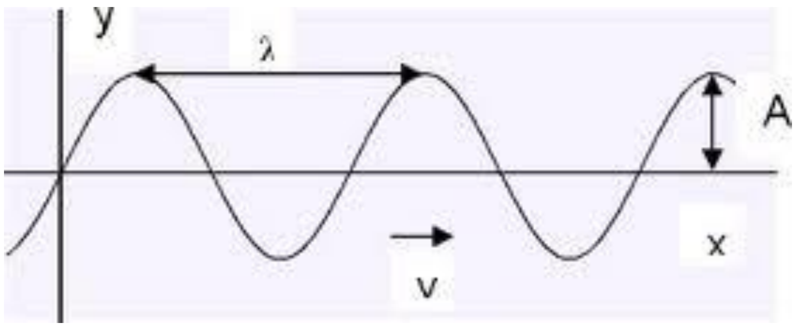
$$m = \mu \Delta l = \mu R 2\theta$$

$$2F\theta = ma_c = \frac{\mu R 2\theta v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

La velocidad de propagación de la onda, *v*, sólo depende de la tensión aplicada a la cuerda y de la densidad de la cuerda.

Ondas armónicas

Si la perturbación sobre una cuerda provoca que las partículas describan un M.A.S, se produce un tren de ondas sinusoidales:



Al cabo de un cierto tiempo *t=T,* la onda habrá avanzado una distancia λ

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

Donde, *T* es el *período,* λ es la *longitud de onda*, *f* la *frecuencia* y *v* la *velocidad de propagación.*

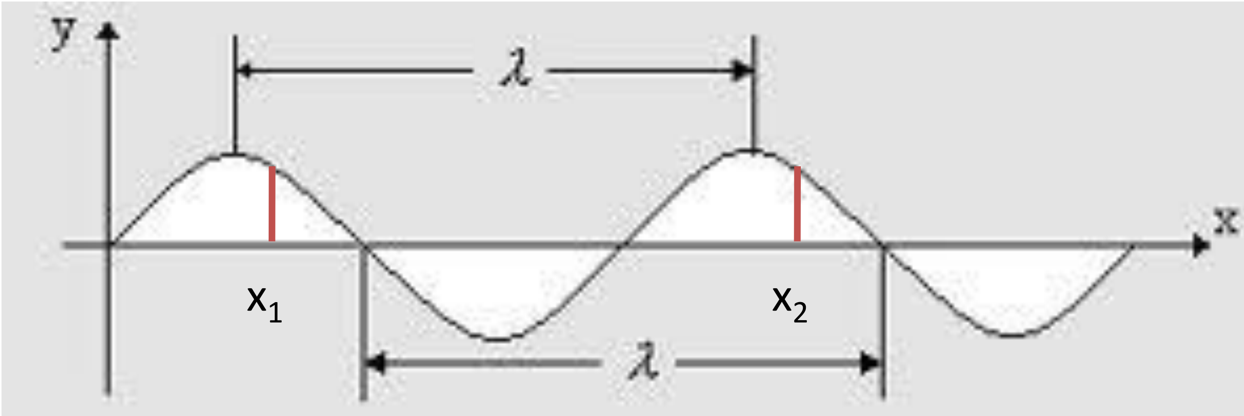
Cada partícula de la cuerda sólo se desplaza a lo largo del eje y realizando un M.A.S., de modo que el desplazamiento de una partícula en la posición *x* está dado por:

$$y(x) = A sen(kx + \phi)$$

A es la *amplitud, k* es el *número de onda*, ϕ la *constante de fase.*

Ondas armónicas

Consideremos dos puntos x_1 y x_2, tales que:



$$x_2 = x_1 + \lambda$$

$$y(x_1) = y(x_2) \Rightarrow Asenkx_1 = Asenkx_2 = Asenk(x_1 + \lambda)$$

$$Asenkx_1 = Asen(kx_1 + k\lambda)$$

$$k\lambda = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Si se trata de una onda armónica viajera:

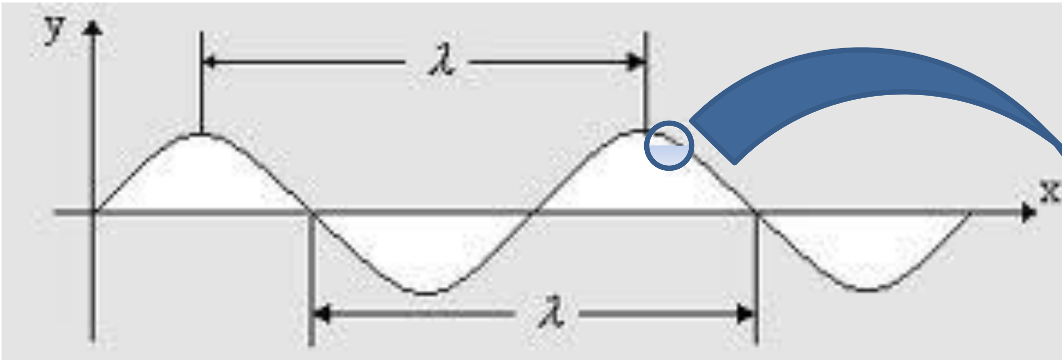
$$y(x,t) = Asenk(x - vt) = Asen(kx - kvt)$$

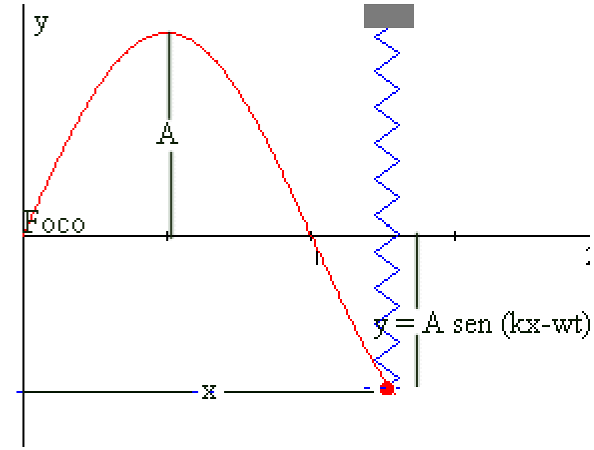
$$y(x,t) = Asen(kx - \omega t)$$

$$\omega = kv = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

Energía transmitida por las ondas





Por analogía con un resorte, la energía potencial:

$$\Delta m = \mu \Delta x$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 ; k = m\omega^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta k A^2 = \frac{1}{2} \Delta m \omega^2 A^2$$

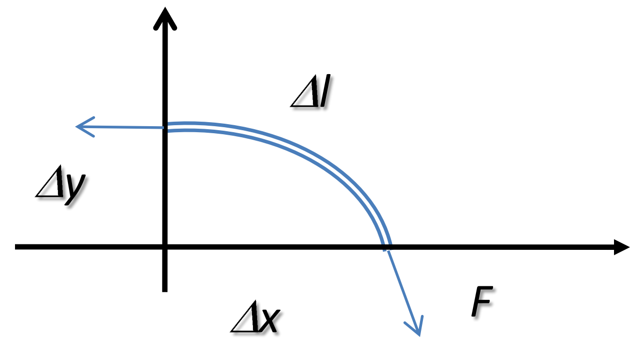
$$\Delta E = \frac{1}{2} \mu \Delta x \omega^2 A^2 ; \Delta x = v \Delta t$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \Delta t \Rightarrow \boxed{P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v}$$

La *energía transmitida* por el elemento de cuerda en un intervalo de tiempo *dt* es la *potencia transmitida* por la onda.

Energía transmitida por las ondas

En un instante determinado, el elemento de cuerda Δm tendrá energía cinética y potencial:



$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta U$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\Delta m v_y^2 ; \Delta U = -W = \left|F \Delta l\right|$$

$$\Delta l \approx (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} ;$$

$$\Delta l \approx \Delta x \sqrt{1 + (\frac{\Delta y}{\Delta x})^2} ;$$

$$si \, \Delta l << L \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} << 1$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} F (\frac{\Delta y}{\Delta x})^2 \Delta x + \ldots$$

$$y(x,t) = A sen(kx - \omega t)$$

$$v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = -A\omega \cos(kx - \omega t); \frac{dy}{dx} = Ak \cos(kx - \omega t)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow F = \mu v^2$$

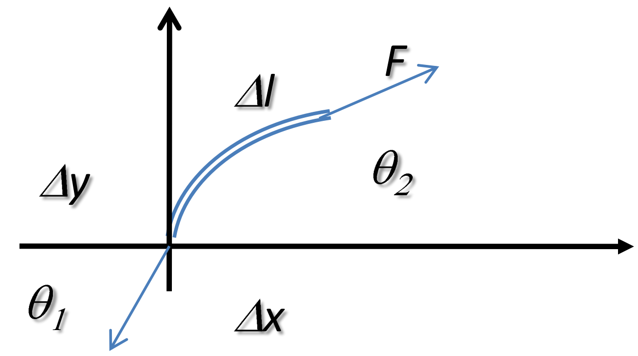
$$\Delta U = \frac{1}{2} F k^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t) \Delta x$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \mu \Delta x A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t)$$

$$\boxed{\Delta E_c + \Delta U = \mu \Delta x A^2 \omega^2 \cos^2(kx - \omega t)}$$

La *energía total* varía con el tiempo.

Ecuación de onda



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow no \quad hay \quad mov.$$

$$\sum F_y = F sen\theta_2 - F sen\theta_1$$

$$\theta_1 y \theta_2 \text{ son pequeños} \Rightarrow$$

$$sen\theta_1 \approx tg\theta_1$$

$$si \quad \Delta l << L \Rightarrow \Delta l \approx \Delta x$$

$$sen\theta_2 \approx tg\theta_2 \Rightarrow tg\theta \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = S$$

Pendiente de la curva

$$\sum F_y \approx F(tg\theta_2 - tg\theta_1)$$

$$\sum F_y \approx F(S_2 - S_1) = F\Delta S$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$F\Delta S = \Delta m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$F\frac{\Delta S}{\Delta x} = \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow si\, v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

Ecuación de onda

Verificación

Comprobar que las funciones

y(x,t)=Asenk(x-vt) y

y(x,t)=Asenk(x+vt)

son soluciones de la ecuación de onda:

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$