Física I - Cibex Año 2025

Trabajo Práctico 1

Vectores.

1. Para el sistema de ejes coordenados y los vectores representados en la Figura 1, indicar qué vector o vectores a) tienen componente x distinta de cero; b) tienen componente x negativa; c) tienen componente y cero; d) tienen componente x positiva y componente y negativa. e) Indicar cuál de los vectores representados es el de mayor módulo. f) ¿Tiene sentido afirmar que un vector es positivo o negativo?

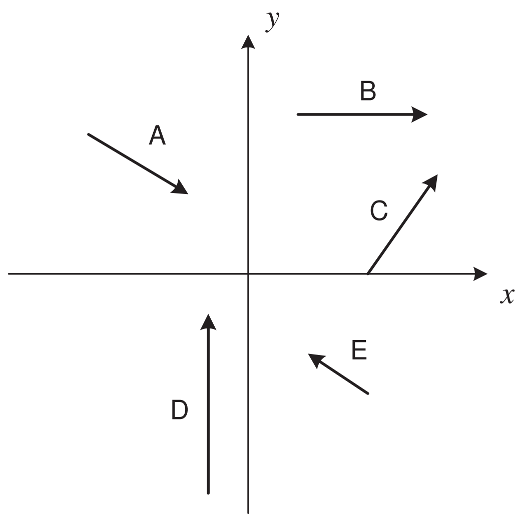


Fig. 1

2. Dado un sistema de dos ejes cartesianos, calcular las componentes y el módulo de un vector cuyo origen está en el punto $(1, 2)$ y su extremo en el punto $(-3, 0)$. Graficar este vector y escribirlo en forma canónica.

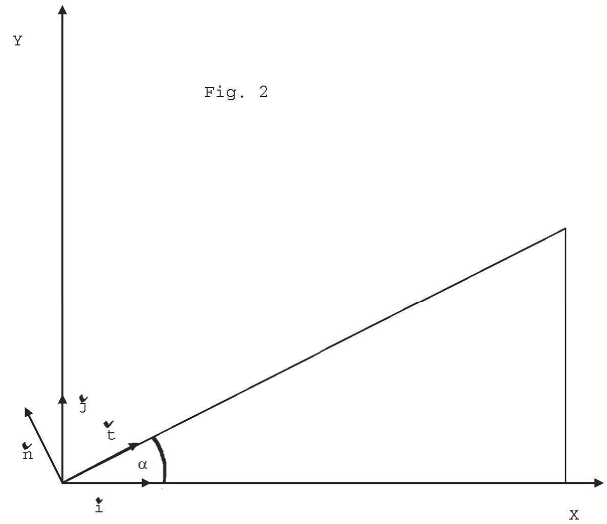
3. Representar un vector $\vec{V}$ que tenga componentes x e y de igual valor absoluto pero signos opuestos, siendo V_x positiva y V_y negativa. ¿Cuánto vale el cociente V_y/V? Notación: para una magnitud vectorial $\vec{V}$ denotaremos $V \equiv |\vec{V}|$.

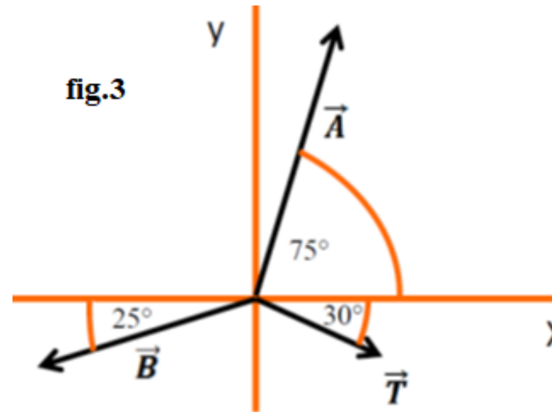
4. Un punto del plano se localiza a una distancia $r = 4m$ del origen de coordenadas y formando un ángulo $\theta = 60°$ con el eje positivo de las x. Determinar sus coordenadas cartesianas.

5. Dos puntos en el plano xy tienen, en cierto sistema de ejes cartesianos, coordenadas canónicas $(2, 4)m$ y $(-3, 3)m$. a) Determinar la distancia de cada punto con el origen de coordenadas. b) Calcular la distancia entre los puntos.

6. Considere un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ con la horizontal. Definamos un sistema cartesiano de coordenadas caracterizado por versores $\breve{\imath}$ y $\breve{\jmath}$, como muestra la figura 2. a) Encuentre las componentes de los versores $\breve{n}$, normal al plano inclinado, y $\breve{t}$, paralelo almismo, en el sistema caracterizado por $\breve{\imath}$ y $\breve{\jmath}$. Observe que los versones $\breve{t}$ y $\breve{n}$ definen un nuevo sistema de coordenadas cartesianas, con ejes rotados respecto a los del sistema anterior. b) Definamos el vector $\vec{A} = 3\breve{n} + 2\breve{t}$. Escriba el vector $\vec{A}$ como combinación lineal de $\breve{\imath}$ y $\breve{\jmath}$, esto es, encuentre a y b tales que $\vec{A} = a\breve{\imath} + b\breve{\jmath}$. Observe que, para un mismo vector, sus componentes cambian al elegir distintos sistemas de coordenadas c) calcule ahora las componentes del vector $\vec{B} = 2\breve{\imath} + 4\breve{\jmath}$ en el sistema caracterizado por $\breve{t}$ y $\breve{n}$.

7. Dados los vectores $\vec{A} = 2\,\breve{\imath} + 6\,\breve{\jmath}$ y $\vec{B} = \breve{\imath} - 2\,\breve{\jmath}$: a) Usando la regla del paralelogramo, representar el vector suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ y el vector $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$. b) Calcular las componentes cartesianas del versor $\breve{C}$ y del versor $\breve{D}$. c) ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas y polares que caracterizan al extremo de $\vec{C}$? Comparar estas últimas con el módulo y los ángulos directores de $\vec{C}$.





8. Para cada uno de los siguientes casos calcular $\vec{A}-\vec{B}$, $\vec{A}+2\vec{B}$ y $|\vec{A}-\vec{B}|$. Representar gráficamente: a) $\vec{A}=2\,\check{\imath}+3\,\check{\jmath}$, $\vec{B}=-\,\check{\imath}+\,\check{\jmath}$; b) $\vec{A}=\check{\imath}+2\,\check{\jmath}$, $\vec{B}=\frac{1}{2}\,\check{\imath}-2\,\check{\jmath}$; c) $\vec{A}=\check{\imath}$, $\vec{B}=-\,\check{\jmath}$.

9. Calcular las componentes B_x y B_y de un vector $\vec{B}$ que tenga módulo 4 y sea paralelo al vector $\vec{A}=3\,\check{\imath}-4\,\check{\jmath}$. ¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ con el eje x?

10. En la figura 3 el módulo del vector $\vec{A}$ es 15, el módulo del vector $\vec{B}$ es 10 y el módulo del vector $\vec{T}$ es 5. Hallar el vector $\vec{A}+\vec{B}+\vec{T}$.

11. El *producto escalar* de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se denota $C=\vec{A}\cdot\vec{B}$. a) ¿Puede asignársele una dirección a C? b) ¿Puede ocurrir que sea $C=0$ aun siendo A y B diferentes de cero? c) Si se deja $\vec{A}$ fijo y se varían la dirección y el sentido de $\vec{B}$, para qué dirección y sentidos de $\vec{B}$ se obtiene un valor máximo y un valor mínimo del producto escalar C?

12. Dados los vectores $\vec{V}_1=\check{\imath}+3\,\check{\jmath}-2\,\check{k}$, $\vec{V}_2=2\,\check{\imath}+6\,\check{\jmath}-4\,\check{k}$, $\vec{V}_3=-3\,\check{\imath}+4\,\check{\jmath}$: a) Calcular $\vec{V}_1\cdot(\vec{V}_2+\vec{V}_3)$, $\vec{V}_1-|\vec{V}_3|\vec{V}_2$, $\check{k}\cdot\vec{V}_2/V_3$. b) Determinar el ángulo formado entre los vectores $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ y el ángulo formado entre $\vec{V}_1$ y el eje y. c) Hallar a tal que el vector $-\,\check{\imath}+a\,\check{\jmath}+\,\check{k}$ sea ortogonal a $\vec{V}_1$.

13. El *producto vectorial* de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se denota $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$. a) Si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ están en el plano de la hoja, ¿qué dirección(es) y sentido(s) puede tener $\vec{C}$? b) Si se deja $\vec{A}$ fijo y se varía la dirección y el sentido de $\vec{B}$, para qué dirección(es) y sentido(s) de $\vec{B}$ se obtiene un valor máximo y un valor mínimo de $|\vec{C}|$? c) Calcule, realizando el producto vectorial, el área del paralelogramo que definen los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ del ejercicio 7.

Ejercicios adicionales

1. Si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tienen módulos de 10 y 15 unidades respectivamente y el vector resultante de sumarlos tiene módulo 20 unidades, ¿cuál es el ángulo que forman $\vec{A}$ y $\vec{B}$?

2. a) Dados los vectores $\vec{V}_i$, $i = 1, 2, 3$ del ejercicio 11, calcular $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \times \vec{V}_3)$, $2\vec{V}_1 \times \vec{V}_3$ y $\vec{V}_1 \times \hat{\jmath}$. b) Verificar que $\vec{V}_1 \times \lambda \vec{V}_1 = 0$ para cualquier λ real. c) Probar que los vectores $3\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\,\hat{k}$ y $\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\,\hat{k}$ son perpendiculares. d) ¿Podría haberse anticipado el resultado $\vec{V}_1 \cdot (\vec{V}_2 \times \vec{V}_3) = 0$?

3. Dados los vectores $\vec{A} = 3\,\hat{\imath} + 4\,\hat{\jmath}$, $\vec{B} = -\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath}$ y $\vec{C} = \hat{\jmath} - 3\,\hat{k}$, verificar, usando la expresión del producto escalar en términos de componentes, que: a) $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$; b) $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$; c) $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = A^2 + B^2 + 2(\vec{A} \cdot \vec{B})$.

Ayuda memoria: Identidades Trigonometricas

$$\csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

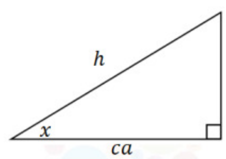
$$\boxed{\csc x * \operatorname{sen} x = 1}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\boxed{\sec x * \cos x = 1}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\boxed{\cot x * \tan x = 1}$$



$$\operatorname{sen} x = \frac{co}{h} \qquad \cos x = \frac{ca}{h}$$

$$co = h * \operatorname{sen} x \qquad ca = h * \cos x$$

$$\tan x = \frac{co}{ca} \qquad \cot x = \frac{ca}{co}$$

$$\tan x = \frac{h * \operatorname{sen} x}{h * \cos x} \qquad \cot x = \frac{h * \cos x}{h * \operatorname{sen} x}$$

$$\boxed{\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}} \qquad \boxed{\cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}}$$

$$\boxed{1 = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen}^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen}^2 x}$$

$$\boxed{\csc^2 x = 1 + \cot^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\boxed{\sec^2 x = \tan^2 x + 1}$$