

Física I - Cibex Año 2024

Trabajo Práctico 12 - Ondas.

Ejercicios

1. La expresión $y(x, t) = 24 / ((x - 3t)^2 + 12)$ representa un pulso propagándose en una cuerda, con x e y medidos en cm y t en s. a) ¿Qué unidades debe tener los números 24, 3 y 12 que aparecen en la expresión anterior? b) Graficar el pulso para $t=0, 1$ y 2 s. Comparando las distintas gráficas, ¿qué puede decirse de la forma de la función? c) Hallar la posición del máximo (punto de la cuerda ubicado a mayor altura) para cada uno de los tiempos indicados en el inciso anterior. Dar una expresión explícita para el máximo $x_M(t)$. d) Determinar con qué velocidad se mueve el pulso. ¿Es esta velocidad constante en el tiempo? Al referirse al “movimiento del máximo”, ¿se está haciendo referencia a algún punto particular de la cuerda? e) La función es de la forma: $y = f(x - vt)$, característica de las funciones que representan a una onda viajera. De acuerdo a lo observado en las gráficas ¿qué representa el parámetro v , y qué unidades tiene? f) ¿Con qué velocidad se mueve un punto ubicado en $x=2$ cm? g) ¿Qué habría que cambiarle a la función $y(x, t)$ para que represente a un pulso moviéndose en sentido opuesto con la misma rapidez?
2. En el instante $t = 0$, un pulso de onda transversal en un cable viene descrito por la función $y(x, 0) = 3e^{-2(x^4+1)}$ donde x e y están en metros. a) ¿Qué unidades corresponden al 3, al 1 y al 2 en la expresión anterior? b) Escribir la función $y(x, t)$ que representa esta onda, si la misma viaja en el sentido positivo de las x con una rapidez de 5 m/s. c) Hallar la velocidad de un punto ubicado en la coordenada $x = 1$ m, para $t > 0$.
3. En una cuerda tensa se quiere producir ondas transversales armónicas con una rapidez de propagación de 50 m/s. Para ello se mueve uno de los extremos de la cuerda con un movimiento armónico simple de 1 cm de amplitud y una frecuencia de 50 Hz. Se utiliza una cuerda de 5 m de longitud con una masa total de 0.2 kg. a) ¿Qué tensión se requiere en la cuerda? b) Obtener la función de onda $y(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t + \phi)$, si en $t = 0$ el desplazamiento del extremo de la cuerda ubicado en $x = 0$ es nulo, y posee, en ese instante, una velocidad $v_y = \pi$ m/s. c) Hallar la máxima rapidez que puede alcanzar cada pequeña porción de la cuerda. c) ¿Cuál sería la rapidez de propagación de la onda si la tensión en la cuerda fuera de 8 N? ¿Cambiaría la frecuencia de la onda?, ¿y su longitud de onda?
4. En la superficie de un lago se propagan pequeñas olas que pueden describirse en términos de una onda armónica unidimensional transversal, de manera tal que la altura de la superficie, respecto del nivel en reposo, viene dada por: $y = 10 \sin(\frac{\pi}{10}x - \frac{\pi}{2}t)$, donde x es la distancia horizontal sobre la superficie, x e y se miden en cm y t en segundos. a) ¿Qué significa que la onda sea transversal? ¿Cuál es la máxima distancia que se desplaza una molécula de agua en la superficie? b) ¿Cuáles son la longitud de onda, la frecuencia y la rapidez de propagación de la onda? ¿En qué dirección y sentido se propaga la onda? c) Graficar la superficie del agua (y versus x) para $t = 0$ ¿Cuál es la altura de una molécula de agua de la superficie ubicada en $x = 10$ cm? ¿Y su velocidad? d) Graficar la superficie un segundo después ¿Dónde está la molécula estudiada en el inciso anterior en ese momento y cuál es su velocidad? e) Graficar la posición, velocidad y aceleración de la molécula ubicada en $x = 10$ cm, en función del tiempo ¿Qué movimiento ejecuta? ¿Cuáles son la frecuencia y el periodo de éste movimiento?
5. La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda está dada por la expresión $y(x, t) = (0.16 \text{ m}) \text{sen}((1.2 \text{ m}^{-1})x - (9.6 \text{ s}^{-1})t + \pi/5)$. La masa total de la cuerda es de 25 kg y su longitud total es de 125 m. a) Hallar la longitud de onda. b) Hallar el período de la onda. c) Hallar la rapidez de propagación de la onda. d) Hallar la tensión de la cuerda. e) Hallar la velocidad de un punto de la cuerda ubicado en $x = 4 \text{ m}$ al tiempo $t = 9 \text{ s}$. f) Hallar la aceleración de un punto de la cuerda ubicado en $x = 7 \text{ m}$ al tiempo $t = 12 \text{ s}$.
6. Una onda armónica viaja a lo largo de una cuerda. El tiempo para que un punto en particular se mueva desde el desplazamiento máximo hasta el desplazamiento cero es de 0.178 s y la distancia entre dos picos consecutivos de la cuerda en un instante de tiempo es de 1.3 m. a) Hallar la frecuencia de la onda. b) Hallar la rapidez de propagación de la onda. c) Si la tensión de la cuerda es de 70 N, hallar la densidad lineal de masa de la cuerda.
7. Una cuerda de longitud 60 m y masa 15 kg se mantiene sometida a una tensión de 90 N. Por la cuerda se propaga una onda armónica transversal de amplitud 0,07 m y longitud de onda de 1,45 m. a) Hallar la

- rapidez de propagación de la onda. b) Hallar el período de la onda. c) Hallar la rapidez máxima de un punto de la cuerda. d) Si la onda se propaga hacia la derecha y a tiempo $t = 0$ se observa que un punto ubicado en $x = 0$ tiene desplazamiento máximo positivo, expresar la función de onda $y(x, t)$.
- Una onda armónica continua está viajando por una cuerda con una rapidez de propagación de 80 cm/s. El desplazamiento de las partículas de la cuerda situadas en $x = 10$ cm varía con el tiempo según la ecuación $y = 5 \text{ sen}(1 - 4t)$ (y en cm y t en s). La densidad lineal de la cuerda es de 4 g/cm. a) ¿Cuál es la frecuencia de la onda? b) ¿Cuál es la longitud de dicha onda? c) Escribir la ecuación general del desplazamiento transversal de las partículas de la cuerda como una función de la posición y del tiempo. d) Calcular la tensión de la cuerda.
 - Describir lo que sucede con la energía transportada por una onda transversal sobre una cuerda cuando en un dado punto ésta está unida a otra cuerda de mayor densidad lineal de masa. Para el caso de un pulso como los de los problemas 1 y 2, analizar qué ocurrirá con la forma del pulso y con su rapidez de propagación a ambos lados de la interfase.
 - Un alambre de hierro de 30 m y otro de cobre de 20 m, ambos con un diámetro de 1 mm, se conectan extremo con extremo y se estiran a una tensión de 150 N ¿Cuánto tiempo le toma a una onda transversal viajar de un extremo a otro de los alambres? ($\rho_{Fe} = 7.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{Cu} = 8.93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)
 - Dos ondas armónicas de igual frecuencia y longitud de onda, ambas de amplitud A , viajan en la misma dirección y sentido, produciéndose interferencia entre ambas. a) Encontrar la amplitud de la onda resultante si la diferencia de fase entre las dos ondas originales es de $\pi/2$ radianes. ¿Es la resultante también una onda armónica? b) Calcular la diferencia de fase necesaria para que la amplitud resultante sea A y $A/2$. ¿Qué sucede si la diferencia de fase es de π radianes?
 - Dos ondas en una cuerda se describen por las siguientes funciones $y_1 = 4 \text{ sen}(5x - 2t)$ e $y_2 = 4 \text{ sen}(5x - 2t + \phi)$ donde x e y se miden en cm y t en segundos. a) Encontrar la superposición de las ondas. b) Determinar la amplitud de la onda resultante para los siguientes desfases: $\phi = 0$, $\phi = \pi/2$, $\phi = \pi$, $\phi = -\pi$ y $\phi = 2\pi$

Ejercicios opcionales

- Mostrar que la solución más general de la ecuación de onda en una dimensión $v^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$ es de la forma $u(x, t) = f(x + vt) - g(x - vt)$.
- Dos ondas en una cuerda se describen por las siguientes funciones $y_1 = 4 \text{ sen}(3x + 2t)$ e $y_2 = 4 \text{ sen}(3x - 2t)$ donde x e y se miden en cm y t en segundos. a) Encontrar la superposición de las ondas. b) Determinar la amplitud del movimiento armónico simple de un elemento del medio ubicado en $x = 2.3 \text{ cm}$. c) Encuentre las posiciones de los nodos y los antinodos si un extremo de la cuerda se encuentra en $x = 0$.
- Una onda sonora armónica en el aire se describe mediante la función de onda de desplazamiento $s(x, t) = 2 \mu\text{m} \text{ sen}((\pi \text{ m}^{-1})x - (340\pi \text{ s}^{-1})t)$. La densidad del aire es $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$. a) Encuentre la amplitud de la variación de presión (respecto a la presión de equilibrio del aire). b) Hallar la variación de presión (respecto a la presión de equilibrio del aire) de un punto ubicado en $x = 4 \text{ m}$ en el tiempo $t = 7 \text{ s}$.
- Dos silbatos A y B tienen cada uno una frecuencia de 500 Hz. A está fijo, y B se mueve hacia la derecha (alejándose de A) a una rapidez de 60 m/s. Un observador situado entre ambos silbatos se mueve hacia la derecha a 30 m/s. Suponer que la rapidez del sonido en el aire es de 340 m/s. a) ¿Cuál es la frecuencia procedente de A percibida por el observador? b) ¿Cuál es la frecuencia procedente de B percibida por el observador?
- Un tren se mueve a 30 m/s. La frecuencia de la nota emitida por el silbato de la locomotora es de 500 Hz. a) ¿Cuál es la longitud de onda de las ondas sonoras: i) delante y ii) detrás de la locomotora? b) ¿Cuál sería la frecuencia del sonido percibido por un observador inmóvil: i) enfrente, ii) detrás de la locomotora? c) ¿Qué frecuencia percibiría un viajero de otro tren que llevase una rapidez de 15 m/s: i) aproximándose al primer tren, y ii) alejándose del primer tren?