

Práctica 1: Sucesiones

1. Escriba los primeros cinco términos de cada una de las siguientes sucesiones.

$$\text{a) } a_n = 1 - \frac{1}{n}, \quad \text{b) } a_n = \frac{(-1)^n}{n}, \quad \text{c) } a_n = \frac{1}{2^n}, \quad \text{d) } a_n = \frac{2n}{n^2 + 1}.$$

2. Encuentre el término general a_n de cada una de las siguientes sucesiones.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots, & \text{b) } & 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, & \text{c) } & \frac{1}{2}, \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}, \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}, \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}, \dots, \\ \text{d) } & \frac{1}{2}, -\frac{4}{9}, \frac{9}{28}, -\frac{16}{65}, \dots, & \text{e) } & \frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{20}, \dots, & \text{f) } & 1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, -\frac{1}{12}, \dots \end{aligned}$$

Ayuda: para encontrar el término general de una sucesión de números enteros puede usar la enciclopedia oeis.org.

3. Muestre que las siguientes sucesiones son crecientes o decrecientes a partir de algún término.

$$\text{a) } a_n = \frac{1}{n^2}, \quad \text{b) } a_n = \frac{n}{n+1}, \quad \text{c) } a_n = \frac{n+3}{n!}, \quad \text{d) } a_n = \frac{n}{5^n}.$$

Verifique usando *Mathematica*.

4. ** Determine cuáles de las siguientes sucesiones son monótonas y encuentre su límite.

$$\text{a) } a_n = \frac{n+1}{n!}, \quad \text{b) } a_n = \frac{100^n}{n!}, \quad \text{c) } a_n = \frac{e^n - 1}{n}.$$

Verifique usando *Mathematica*.

5. ** Considere la sucesión de Fibonacci, definida recursivamente como

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \quad \text{con } F_1 = 1 \text{ y } F_2 = 2.$$

- a) Muestre que los cocientes $a_n := F_{n+1}/F_n$ satisfacen la relación

$$a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}.$$

- b) Suponga que la sucesión de cocientes a_n es convergente y muestre que su límite es el número áureo $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

6. ** Muestre que la sucesión $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$, con $a_1 = 1$, es creciente y acotada. Encuentre su límite.