

## Práctica 6: Relatividad

1. Aplique la ley de adición de velocidades de Galileo. Sea  $S$  un sistema de referencia inercial.
  - (a) Suponga que  $\bar{S}$  se mueve a velocidad constante en relación a  $S$ . Muestre que  $\bar{S}$  es también un sistema inercial.
  - (b) Inversamente, muestre que si  $\bar{S}$  es un sistema inercial, se mueve a velocidad constante con respecto al sistema  $S$ .
2. Un conjunto de relojes sincronizados están dispuestos en una línea recta con intervalos regulares de un millón de kilómetros. Cuando el reloj próximo a usted muestra las 12 de la tarde
  - (a) ¿Qué tiempo *ve* usted en el reloj número 90?
  - (b) ¿Qué tiempo *observa* usted en ese reloj?
3. En un experimento se observa que en el sistema de referencia del laboratorio un muón viaja 800 metros antes de desintegrarse. Un estudiante conoce la vida de muón ( $2 \times 10^{-6}$  s) y saca la conclusión de que la velocidad del muón es

$$v = \frac{800 \text{ m}}{2 \times 10^{-6} \text{ s}} = 4 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

¡La velocidad del muón resulta ser más grande que la velocidad de luz! Encuentre el error del estudiante y calcule la velocidad correcta del muón.

4. Un auto  $A$  es dos veces más largo que un auto  $B$  cuando ambos están en reposo. Cuando  $A$  sobrepasa a  $B$ , una persona (en reposo respecto del camino) observa que ambos tienen la misma longitud. La velocidad del auto  $B$  es la mitad que la velocidad de la luz. ¿Cuál es la velocidad del auto  $A$ ? (Expresar su respuesta en términos de la velocidad de luz  $c$ .)
5. La vidente, Sophie, grita de dolor exactamente en el instante en que su hermano mellizo, situado a 500 kilómetros de distancia, golpea su pulgar con un martillo. Un científico escéptico observa los dos eventos (el accidente del hermano y el grito de Sophie) desde un avión que vuela a una velocidad de  $12/13c$  hacia a la derecha (ver la Figura 1). ¿Qué evento ocurre primero según el científico? ¿Cuánto tiempo antes, en segundos, aconteció éste?
6. El paralelo entre rotaciones y transformaciones de Lorentz es aún más impresionante cuando consideramos la **rapidez**:

$$\theta \equiv \operatorname{arctanh}(v/c).$$

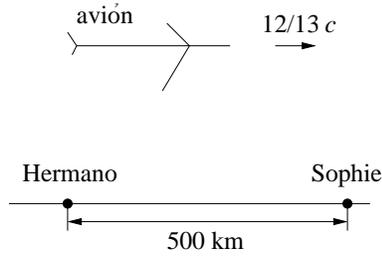


Figura 1

- (a) Exprese la matriz  $\Lambda$  (ver Ecuación (12.24) en el libro de Griffiths ) en términos de  $\theta$  y compárela con la matriz de rotación (Ecuación (1.29) del mismo libro). En algunos aspectos, la rapidez es una manera más natural de describir el movimiento que la velocidad. (Ver E.F. Taylor e J.A. Wheeler, *Spacetime Physics* (San Francisco: W.H. Freeman, 1966)). Por ejemplo, ésta toma valores entre  $-\infty$  y  $+\infty$ , en vez de cubrir el rango de  $-c$  a  $+c$ . Y todavía más importante, la rapidez se suma, mientras la velocidad no.
- (b) Exprese la ley de suma de velocidades de Einstein en términos de la rapidez.
7. (a) El evento  $A$  tiene lugar en el punto  $(x_A = 5, y_A = 3, z_A = 0)$  al tiempo  $t_A$  dado por  $ct_A = 15$ ; el evento  $B$  ocurre en  $(10, 8, 0)$  y  $ct_B = 5$ , ambos en el sistema  $S$ .
- ¿Cuál es el intervalo invariante entre  $A$  y  $B$ ?
  - ¿Existe un sistema inercial en cual estos dos eventos ocurran *simultáneamente*? Si existe, encuentre su velocidad (magnitud y dirección) relativa a  $S$ .
  - ¿Existe algún sistema inercial en el cual estos eventos ocurran en el mismo punto? Si existe, encuentre su velocidad relativa a  $S$ .
- (b) Repita la parte (a) para  $A = (2, 0, 0)$ ,  $ct_A = 1$  ; y  $B = (5, 0, 0)$ ,  $ct_B = 3$ .
8. (a) La ecuación

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \mathbf{u}$$

define la velocidad propia  $\boldsymbol{\eta}$  en términos de la velocidad ordinaria  $\mathbf{u}$  . Invierta la ecuación para obtener una fórmula para  $\mathbf{u}$  en términos de  $\boldsymbol{\eta}$ .

- (b) ¿Cuál es la relación entre la velocidad propia y la rapidez? Asuma que la velocidad es a lo largo del sentido positivo del eje  $x$  y encuentre  $\eta$  como función de  $\theta$ .
9. **Dispersión Compton.** Un fotón de energía  $E_0$  “golpea” un electrón que está inicialmente en reposo. Encuentre la energía  $E$  del fotón dispersado como función del **ángulo de dispersión**  $\theta$  (ver la Figura 2)

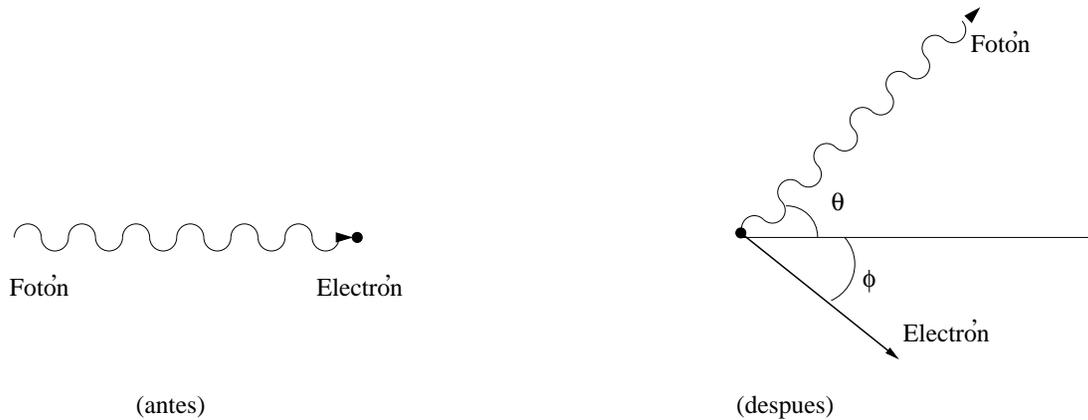


Figura 2

10. Un pión neutro de masa (en reposo)  $m$  y momento (relativista)  $p = \frac{3}{4} m c$  decae en dos fotones. Uno de los fotones es emitido en la misma dirección y sentido que el pión original y el otro, en sentido opuesto. Encuentre la energía relativista de cada fotón.
  
11. (a) Una carga  $q_A$  está en reposo en el origen del sistema  $S$  y una carga  $q_B$  pasa con velocidad  $v$  en una trayectoria paralela al eje  $x$  pero en  $y = d$ . ¿Cuál es la fuerza electromagnética sobre  $q_B$  cuando ésta cruza el eje  $y$ ?
- (b) Ahora estudie el mismo problema en el marco del sistema  $\bar{S}$ , que se mueve hacia la derecha con velocidad  $v$ . ¿Cuál es la fuerza sobre  $q_B$  cuando  $q_A$  pasa por el eje  $\bar{y}$ ? (Hágalo de dos maneras: (i) usando su respuesta para (a) y transformando la fuerza; (ii) calculando los campos en  $\bar{S}$  y usando la ley de fuerza de Lorentz.)
  
12. (a) Muestre que  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$  es relativísticamente invariante.
- (b) Muestre que  $(E^2 - c^2 B^2)$  es relativísticamente invariante.
- (c) Suponga que en un sistema inercial  $\mathbf{B} = 0$ , pero  $\mathbf{E} \neq 0$  (en algún punto  $P$ ). ¿Es posible encontrar otro sistema en el cual el campo eléctrico sea nulo en  $P$ ?