

1. **Teorema de equipartición de la energía:** Considere un sistema clásico de N partículas en 3 dimensiones, necesitamos $3N$ coordenadas generalizadas y $3N$ impulsos para caracterizar cualquiera de sus microestados. Suponga que el hamiltoniano de dicho sistema se puede escribir como una suma de M términos cuadráticos en las coordenadas e impulsos generalizados

- Encuentre la función de partición
- Calcule el valor medio de la energía
- Demuestre el teorema de equipartición de la energía
- Obtenga el calor específico

2. **Ley de Dulong-Petit** Considere que los átomos que conforman un sólido interactúan por medio de un potencial armónico con constante frecuencia ω

- Utilizando estadística de Boltzmann, obtenga la energía media y demuestre que el calor específico es $C_v = 3k_B$
- Realice lo mismo que el item anterior pero utilizando el Teorema de Equipartición. ¿Es necesario suponer que la frecuencia de oscilación es la misma para todas las direcciones? ¿Es válido este resultado a toda temperatura?

3. **Modelo de Einstein y modelo de Debye** Considere ahora que los átomos de un sólido siguen interactuando mediante un potencial armónico pero esta vez tratamos el sistema de manera cuántica y no clásica. Si el sólido está compuesto por N átomos en d dimensiones las autogenergias del sistema serán

$$E_{\{n_i\}} = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^d \hbar\omega_{i,\alpha} (n_{i,\alpha} + 1/2)$$

- Obtenga la función de partición y calcule la energía media y el calor específico
- Modelo de Einstein** Se considera que todos los átomos tienen la misma frecuencia ω_E para su potencial armónico. Calcular la energía media y el calor específico en estas condiciones. Analice C_v para alta y baja temperatura. ¿Se reproduce la ley de Dulong-Petit? ¿Se reproducen los valores reportados experimentalmente a baja temperatura que presentan una dependencia de T^3 ?
- Modelo de Debye** A diferencia del modelo de Einstein, se propone una relación de dispersión $\omega = v|\mathbf{k}|$ donde cada \mathbf{k} puede tener 3 modos de oscilación posibles
 - ¿Con qué está relacionado v ? ¿Cuáles son los tres modos de oscilación?
 - Calcule C_v para baja temperatura
 - Repita la interpolación de Debye, proponiendo una frecuencia de corte y obtenga una expresión para la frecuencia de Debye ω_D y la temperatura de Debye Θ_D . Calcular C_v en el límite de altas temperaturas. ¿Cómo es ese límite si no hay frecuencia de corte?