Seminario de Partículas y Campos – Curso 2024

Práctica 6: Tasas de desintegración

1. Obtenga la tasa de desintegración del bosón W^+ correspondiente a su modo de decaimiento leptónico, $W^+ \to \ell^+ + \nu_\ell$, la cual viene dada por:

$$\Gamma_\ell = \frac{g_W^2\, m_W}{6\pi} \left(1 - \frac{m_\ell^2}{m_W^2}\right)^2 \left(1 + \frac{m_\ell^2}{2\, m_W^2}\right),$$

donde m_ℓ es la masa del leptón, $g_W^2 = m_W^2 G_F/\sqrt{2}$ con G_F la constante de Fermi, y donde se ha despreciado la masa del neutrino ν_ℓ.

2. Calcule la tasa de desintregación de un escalar a dos fermiones, $\phi \to f\bar{f}$, considerando las siguientes interacciones:

(a) Acople de tipo pseudoescalar, es decir, $\mathscr{L}_{\rm int} = -y'\,\bar{\psi}\gamma^5\psi\,\phi$.

(b) Acople de tipo escalar, es decir, $\mathscr{L}_{\rm int} = -y\,\bar{\psi}\psi\,\phi$.

(c) En el caso más general, donde $\mathscr{L}_{\rm int} = -y\,\bar{\psi}\psi\,\phi - y'\,\bar{\psi}\gamma^5\psi\,\phi$, muestre que no hay interferencia entre las contribuciones escalar y pseudoescalar.

3. Considere el decamiento del muón $\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ en el sistema propio del muón y en el caso de que el mismo está polarizado.

(a) Pruebe que la máxima energía posible que el electrón puede llevarse en el sistema propio del muón viene dada por $(m_\mu^2 + m_e^2)/2m_\mu$ (desprecie la masa de los neutrinos).

(b) A partir de las soluciones a la ecuación de Dirac que son autoestados de la componente z del momento angular en el sistema en reposo del muón, construya la matriz $u_+\bar{u}_+$, donde u_+ representa el espinor solución correspondiente a espín up.

(c) Demuestre que en el sistema propio del muón $[u_+\bar{u}_+, \gamma^0] = 0$.

(d) Utilizando el resultado anterior y la representación de Dirac-Pauli de las matrices γ^μ, obtenga una expresión de la matriz $u_+\bar{u}_+$ en términos de las mismas. (*Recuerde que a partir de las matrices γ^μ es posible formar un conjunto de 15 matrices que, junto con la identidad, conforman una base del espacio de matrices* 4×4).

(e) Obtenga una expresión análoga para $u_-\bar{u}_-$, con u_- el espinor solución correspondiente a espín down, utilizando el hecho de que $u_+\bar{u}_+ + u_-\bar{u}_-$ no es más que el proyector en soluciones de energía positiva.

(f) Reescriba las expresiones halladas en los incisos anteriores haciendo aparecer la matriz γ^5.

(g) Muestre que la tasa de decaimiento para el muón polarizado viene dada por

$$d\Gamma = \frac{1}{3}\frac{G_F^2}{(2\pi)^4}\, m_\mu [\, 3m_\mu - 4E + (m_\mu - 4E)\cos\theta\,]\, d^3\mathbf{p},$$

donde $(E, \mathbf{p})$ es el cuadrivector momento del electrón emitido en el sistema en reposo del muón, θ es el ángulo entre $\mathbf{p}$ y la dirección del espín del muón, y donde se ha despreciado la masa del electrón.

4. De acuerdo al modelo de quarks el decaimiento $\pi^- \to \ell^- + \bar{\nu}_\ell$ puede pensarse como un proceso de dispersión $\bar{u} + d \to \ell^- + \bar{\nu}_\ell$ mediado por un W^-, donde los quarks incidentes conforman

un estado ligado. Aún desconociendo la forma exacta de la parte hadrónica del elemento de matriz, es posible obtener de manera exacta cocientes de tasas de desintegración parametrizando el acoplamiento entre el pión y el bosón W^- en términos de un factor de forma $F^\mu = f_\pi p^\mu$, donde f_π es la constante de decaimiento y p^μ el cuadrimomento del pión.

(a) Escriba la amplitud para el decaimiento en términos de F^μ.

(b) Calcule la tasa de desintegración para el decaimiento.

(c) Calcule numéricamente el cociente $\Gamma(\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e)/\Gamma(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu)$. ¿Qué modo de decaimiento prefiere el pión?

(d) Explique por qué un modo de decaimiento domina sobre el otro a partir de la conservación del momento angular, la estructura quiral de la interacción débil y escribiendo el espinor del leptón con helicidad right-handed, u_+, como combinación lineal de espinores de quiralidad left y right. (*Para esto último puede resultarle útil la expresión general para la solución a la ecuación de Dirac con helicidad right-handed dada por:*

$$u_+ = N \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) \\ e^{i\phi}\sin(\theta/2) \\ \frac{|\mathbf{p}|}{E+m}\cos(\theta/2) \\ \frac{|\mathbf{p}|}{E+m}e^{i\phi}\sin(\theta/2) \end{pmatrix},$$

donde $\mathbf{p} = |\mathbf{p}|(\sin\theta\,\cos\phi, \sin\theta\,\sin\phi, \cos\theta)$*, y con* N *la constante de normalización.*)