

ÁLGEBRA LINEAL: APLICACIONES FÍSICAS

Correlativas: Análisis Matemático I, Álgebra, Física General I, Física Experimental I

Se dicta en el primer cuatrimestre de cada año.

Conocimientos Sugeridos:

Fundamentación:

Programa:

I - Introducción

Sistemas algebraicos abstractos. Propiedades de operaciones binarias. Grupo. Anillo. Cuerpo. Funciones. Morfismos entre sistemas algebraicos.

II – Espacios vectoriales

Motivación geométrica. Definición. Propiedades. Combinación lineal de vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. vector. Dimensión de un espacio vectorial. Espacios finito- e infinito-dimensionales. Subespacios. Operaciones con subespacios. Bases ordenadas y coordenadas de un vector. Cambio de base.

III – Funciones lineales de argumento vectorial

Formas lineales. Transformaciones lineales. Representación de transformaciones lineales mediante matrices. Operaciones con transformaciones lineales. Imagen y espacio nulo. Rango y nulidad. Inversas a izquierda y derecha. Operadores lineales. Potencias y funciones de operadores lineales. Inversas de operadores y matrices.

IV – Subespacios invariantes y diagonalización

Subespacios invariantes. Matriz de un operador lineal con subespacios invariantes. Autovectores y autovalores. Espacios propios. Determinación de autovalores y autovectores en dimensión finita: ecuación característica. Transformaciones de coordenadas. Matriz asociada con un cambio de base. Transformación de los coeficientes de una forma lineal y de la matriz de un operador lineal. Similitud o semejanza. Diagonalización.

V – Teorema de Jordan

Álgebra de polinomios. Teorema de Jordan. Demostración y ejemplos de aplicación. Teorema de Cayley-Hamilton.

VI – Formas bilineales y cuadráticas

Formas bilineales. Representación general en dimensión finita. Transformación de la matriz asociada frente a cambios de base. Formas cuadráticas. Reducción a la forma canónica. Base canónica de una forma bilineal. Construcción de la base canónica por el método de Jacobi. Operadores lineales adjuntos con respecto a una forma bilineal simétrica. Isomorfismo entre espacios vectoriales. Isomorfismo entre espacios equipados con formas bilineales. Formas bilineales y cuadráticas en espacios reales: teorema de inercia. Formas multilineales.

VII – Espacios euclídeos y pseudo-euclídeos

Definición. Producto escalar en espacios reales. Conceptos métricos. Ortogonalidad. Teorema de Pitágoras y desigualdades triangulares. Isomorfismo euclídeo. Bases ortogonales. Operadores adjuntos en espacios euclídeos. Isometrías. Espacios pseudo-euclídeos y transformaciones de Lorentz: el espacio de Minkowski.

VIII – Espacios unitarios

Formas hermíticas. Formas cuadráticas hermíticas. Vectores conjugados y bases canónicas. Operadores lineales adjuntos. Producto escalar en espacios complejos. Espacios unitarios. Conceptos métricos. Desigualdad de Schwartz. Bases ortonormales en espacios unitarios de dimensión finita. Operadores adjuntos en espacios unitarios. Transformaciones unitarias. Propiedades de operadores autoadjuntos y normales. Valores singulares. Descomposición en valores singulares.

IX - Tensores

Espacio dual. Bases duales. Intercambiabilidad de un espacio y su dual. Doble dual. Transformaciones de coordenadas en un espacio y en su dual. Duales de espacios euclídeos. Formas multilineales y tensores. Transformaciones de los coeficientes de las formas multilineales frente a cambios de coordenadas. Tensores. Grado, contra- y covarianza. Propiedades de tensores. Operaciones con tensores. Tensores simétricos y antisimétricos. Tensores en espacios euclídeos. Tensores y pseudotensores cartesianos. Campos tensoriales. Derivación de tensores. Tensores más generales. Cambios de coordenadas generales. Cálculo tensorial en coordenadas polares. Tensor métrico. Derivada covariante. Símbolos de Christoffel.

Bibliografía:

G. E. Shilov – Linear Algebra – Ed. Dover

K. Hoffman y R. Kunze – Álgebra Lineal – Ed. Prentice-Hall Latinoamericana

I. M. Gelfand – Lectures on Linear Algebra – Ed. Dover

L. A. Santaló – Vectores y Tensores con sus Aplicaciones – Ed. EUDEBA

B. F. Schutz – A First Course in General Relativity – Ed. Cambridge University Press